

# MODELOS ESPAÇO DE ESTADO, GERADOS EM SOFTWARE LIVRE, PARA ESTIMATIVA DA CONDUTIVIDADE HIDRÁULICA DE SOLO SATURADO NA ESCALA DE BACIA HIDROGRÁFICA

NATHAN BELLUZZO DA SILVEIRA<sup>1</sup>; RODRIGO VALANDRO MAZZARO<sup>2</sup>;  
LUANA NUNES CENTENO<sup>3</sup>; TAMARA LEITZKE CALDEIRA<sup>4</sup>; LEANDRO SANZI  
AQUINO<sup>5</sup>; LUIS CARLOS TIMM<sup>6</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal de Pelotas – [nathanbelluzzo@hotmail.com](mailto:nathanbelluzzo@hotmail.com)

<sup>2</sup>Universidade Federal de Pelotas – [rvmazzaro@gmail.com](mailto:rvmazzaro@gmail.com)

<sup>3</sup>Universidade Federal de Pelotas – [luananunescenteno@gmail.com](mailto:luananunescenteno@gmail.com)

<sup>4</sup>Universidade Federal de Pelotas - [tamaraleitzkecaldeira@gmail.com](mailto:tamaraleitzkecaldeira@gmail.com)

<sup>5</sup>Universidade Federal de Pelotas – [aquino.leandro@ufpel.edu.br](mailto:aquino.leandro@ufpel.edu.br)

<sup>6</sup>Universidade Federal de Pelotas – [ltimm@ufpel.edu.br](mailto:ltimm@ufpel.edu.br)

## 1. INTRODUÇÃO

A condutividade hidráulica saturada do solo ( $K_{sat}$ ) expressa o movimento da água dentro do perfil do solo e é um fator chave para descrever componentes de modelos hidrológicos da superfície terrestre, avaliar impactos negativos relacionados a práticas de manejo e uso do solo, bem como a dinâmica da água do solo (QIAO et al., 2018; FARID et al. 2019; JACKSON et al., 2016). Contudo, apresenta uma alta variabilidade espacial, decorrente de fatores intrínsecos, como o tipo de solo, o clima e a topografia, e fatores extrínsecos, como a cobertura do solo e práticas de manejo (MESQUITA; MORAES, 2004).

A maioria das ferramentas estatísticas empregadas na avaliação da variabilidade espacial da  $K_{sat}$  consistem em métodos que desconsideram a posição da amostragem no campo, o que pode levar a erros na interpretação dos resultados (MORE; DEKA, 2018). Visto que os valores da  $K_{sat}$  se comportam como uma série temporal, que, segundo REICHARDT e TIMM (2020), é um conjunto de observações discretas, observadas em tempos equidistantes e que apresentam uma dependência serial entre si, pode-se aplicar ferramentas de análises de séries temporais para estudar, modelar e estimar os valores da  $K_{sat}$  e sua variabilidade espacial.

A abordagem utilizando o modelo de espaço de estados é uma ferramenta que demonstrou ser muito eficaz na quantificação de variações localizadas (QIAO et al., 2018). Por meio desta ferramenta, é possível descrever a distribuição espacial da  $K_{sat}$  assim como quantificar o grau de relação entre ela e outras variáveis em sua vizinhança. Utilizando o modelo de espaço de estados, pode-se representar um sistema linear, ou não, através de duas equações dinâmicas que juntas descrevem a relação entre a entrada e a saída de um sistema dinâmico (REICHARDT; TIMM, 2020).

Para viabilizar a realização da modelagem por espaço de estados, o presente estudo objetivou a elaboração de um *script* no ambiente do *software* livre R, para realizar a estimativa da  $K_{sat}$  através de atributos físicos, topográficos e de uso do solo.

## 2. METODOLOGIA

### 2.1. Caracterização da área e obtenção de dados

Na bacia hidrográfica do arroio Fragata (BHAF), delimitada à montante da seção de controle Ponte Passo dos Carros (BHAF-PPC), foram realizadas coletadas de amostras do solo com estrutura deformada e indeformada na camada de 0,00 a 0,20 m de profundidade. A localização espacial destas amostras foi

previamente definida a partir do traçado de uma transeção de 15 km, totalizando 100 amostras equidistantes 150m.

Em cada ponto amostral, foram determinadas as seguintes propriedades físico-hídricas do solo, utilizando as metodologias citadas: Macroporosidade – macro (EMBRAPA, 1997) e Condutividade Hidráulica do Solo Saturado (Ksat) pelo método do permeâmetro de carga constante (LIBARDI, 2005). Com relação ao relevo, foi extraído o valor de elevação de cada ponto amostral a partir do Modelo Digital de Elevação derivado da base cartográfica de HASENACK e WEBER (2010), na escala de 1:50.000. Em cada ponto, também foi identificado o tipo de uso do solo, o qual foi categorizado a partir dos valores médios de Ksat, em função da sua magnitude.

## 2.2. Modelos de espaço de estados

A representação de um sistema por meio do modelo de espaço de estados, conforme descrito por (SHUMWAY et al., 1989), é realizado por meio de duas equações: a equação de estado (1) e a equação das observações (2).

$$X_i = \Phi X_{i-1} + \omega_i \quad (1)$$

$$Y_i = M_i X_i + v_i \quad (2)$$

A equação de estado (1) descreve o vetor de estado  $X_i$  através do estado anterior  $X_{i-1}$  associado à matriz dos coeficientes  $\Phi$  e um erro  $\omega_i$ . Já a equação das observações (2) descreve a saída do sistema  $Y_i$  em relação ao estado  $X_i$  associado com a matriz de observação  $M_i$  e um erro  $v_i$ .

Entretanto, um dos grandes empecilhos dentro desta representação é a obtenção da matriz  $\Phi$ , pois é ela que descreve o comportamento do sistema e quantifica a evolução da variável observada de um ponto para o outro. Essa representação é facilmente aplicada em sistemas elétricos ou mecânicos. Quando se analisa um sistema complexo como o solo, onde seu comportamento apresenta alta variação, métodos numéricos são necessários para que se possa encontrar a matriz  $\Phi$  que melhor descreve o sistema.

O algoritmo de maximização de expectativa, do inglês *expectation-maximization* (EM), é um algoritmo iterativo proposto por DEMPSTER et al. (1977), que pode ser utilizado para realizar a estimação da matriz  $\Phi$ . O algoritmo consiste em duas etapas: a etapa de expectativa, que utilizando um filtro e um suavizador de Kalman, para estima as variáveis desconhecidas usando a estimativa atual dos parâmetros e a etapa de maximização que produz uma nova estimativa dos parâmetros. O algoritmo iterativo realiza estes dois passos até que a estimativa do parâmetro tenha convergido.

## 2.3. Script desenvolvido para o software livre R

Para a implementação da representação utilizando o modelo de espaço de estados, foi desenvolvido um *script* para o *software* R. No *software* R pode-se desenvolver *scripts* de código aberto que oferece ao usuário, acesso para ler e alterar seu código fonte, podendo assim, facilitar o entendimento das funções (KAYA, 2018).

Na primeira parte do *script* é aplicada estatística clássica e se necessária a função logarítmica nas variáveis que não apresentam uma distribuição normal, assim como um escalonamento para que variáveis sejam representadas dentro de uma mesma escala de valor.

Na segunda parte, utilizando o pacote ASTSA, versão 1.8, desenvolvido por Shumway e Stoffer (2017), a função EM1 realiza a estimativa dos parâmetros do modelo de espaço de estados por meio do algoritmo EM. O algoritmo então realiza as iterações e, quando os parâmetros estimados convergem, finalizam-se os cálculos e salvam-se os resultados em planilhas de texto em formato \*.csv.

Para verificar a funcionalidade do script desenvolvido, além de se observar o coeficiente de determinação ( $r^2$ ) das equações obtidas, também foram comparados os resultados gerados pelo script com os do software *Applied Statistical Time Series Analysis* (ASTSA), desenvolvido por Shumway (1988), pois este software por ser muito antigo e de código fechado é de difícil compreensão, além de não ser compatível com todos os tipos de computadores.

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os valores da Ksat estimados, obtidos através da utilização do script desenvolvido, foram comparados com os valores de Ksat observados, empregando para tal o coeficiente de determinação  $r^2$  (Tabela 1).

**Tabela 1 – Equações de estado de espaços da Ksat**

Equação	$r^2$
$(Log Ksat)_i = 2,592(Log Ksat)_{i-1} - 1,621(macro)_{i-1}$	0,75
$(Log Ksat)_i = 1,007(Log Ksat)_{i-1} - 0,004(elev)_{i-1}$	0,45
$(Log Ksat)_i = 0,936(Log Ksat)_{i-1} + 0,074(uso)_{i-1}$	0,41
$(Log Ksat)_i = -1,879(Log Ksat)_{i-1} + 2,112(macro)_{i-1} + 0,739(uso)_{i-1}$	0,86
$(Log Ksat)_i = 1,873(Log Ksat)_{i-1} - 1,297(macro)_{i-1} + 0,436(uso)_{i-1}$	0,79
$(Log Ksat)_i = 0,212(Log Ksat)_{i-1} + 0,300(elev)_{i-1} + 0,501(uso)_{i-1}$	0,37
$(Log Ksat)_i = 0,309(Log Ksat)_{i-1} - 0,042(macro)_{i-1} + 0,387(elev)_{i-1} + 0,341(uso)_{i-1}$	0,94

Ksat: Condutividade hidráulica de solo saturado; macro: macroporosidade; elev: elevação; e uso: uso do solo.

Utilizando duas variáveis, a equação de espaço de estado contendo a macroporosidade foi a que melhor descreveu o  $Log Ksat$  (75%). Sendo que ao utilizar-se da elevação e do uso do solo, este percentual foi de 45% e 41% respectivamente. Dentre as equações que utilizaram três variáveis, a de melhor performance foi a que utilizou-se das variáveis macroporosidade e elevação ( $r^2 = 0,86$ ), entretanto, o  $Log Ksat$  estimado pela a macroporosidade e uso do solo também apresentou um bom resultado ( $r^2 = 0,79$ ). Por conseguinte, quando se utilizando de uma variável topográfica e de uso solo estas foram capazes de explicar apenas 37% do  $Log Ksat$ . De todas as equações geradas a que apresentou o melhor coeficiente de determinação ( $r^2 = 0,94$ ), foi que utilizou todas as variáveis (macroporosidade, elevação e uso do solo).

É possível observar que, em todas as equações de espaço de estado que apresentaram um alto coeficiente de determinação, a macroporosidade está contida, mostrando-se assim a forte influência desta variável na estimativa do  $Log Ksat$  como descrito anteriormente em outros estudos (MESQUITA; MORAES, 2004).

### 4. CONCLUSÕES

Os modelos de espaço de estado conseguiram estimar o  $Log Ksat$  de maneira satisfatórias, sendo a macroporosidade a variável de maior influência e o uso do solo a variável de menor influência na estimativa. Destaca-se ainda, que

todos os resultados obtidos por meio do *software* livre R, foram iguais aos obtidos utilizando o *software* ASTSA. Porém no *software* R o tempo de processamento foi menor e possível observar todos os cálculos gerados no decorrer da estimativa, o que comprova a eficiência e superioridade do *software* livre R.

## 5. AGRADECIMENTOS

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e à Universidade Federal de Pelotas pelo aporte físico e financeiro aos bolsistas envolvidos no presente trabalho.

## 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- DEMPSTER, A. P. et al. Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm, **Journal of the Royal Statistical Society**, Ser. B, v. 39, p. 1-38. 1977.
- EMBRAPA. Centro Nacional de Pesquisa de Solos (Rio de Janeiro, RJ). **Manual de métodos de análise de solo**. 2. ed. rev. atual. Rio de Janeiro, 212 p., 1997.
- FARID, Hafiz Umar et al. Estimation of infiltration models parameters and their comparison to simulate the onsite soil infiltration characteristics. **International Journal Of Agricultural And Biological Engineering**, [s.l.], v. 12, n. 3, p.84-91, 2019.
- HASENACK, H.; WEBER, E.(org.) **Base cartográfica vetorial contínua do Rio Grande do Sul** - escala 1:50.000. Porto Alegre: UFRGS Centro de Ecologia. 2010. 1 DVD-ROM. (Série Geoprocessamento n.3). ISBN 978-85-63483-00-5 (livreto) e ISBN 978-85-63843-01-2 (DVD).
- JACKSON, C. Rhett et al. Interactions among hydraulic conductivity distributions, subsurface topography, and transport thresholds revealed by a multitracer hillslope irrigation experiment. **Water Resources Research**, [s.l.], v. 52, n. 8, p.6186-6206, ago. 2016.
- KAYA, Efdal et al. Spatial data analysis with R programming for environment. **Human And Ecological Risk Assessment: An International Journal**, [s.l.], v. 25, n. 6, p.1521-1530, 22 maio 2018
- LIBARDI, P.L. **Dinâmica da água no solo**. São Paulo: EDUSP, 2005. 335p.
- MESQUITA, Maria da Glória Bastos de Freitas; MORAES, Sergio Oliveira. A dependência entre a condutividade hidráulica saturada e atributos físicos do solo. **Ciência Rural**, [s.l.], v. 34, n. 3, p.963-969, jun. 2004. FapUNIFESP (SciELO).
- MORE, Sathish Bahurao; DEKA, Paresh Chandra. Estimation of saturated hydraulic conductivity using fuzzy neural network in a semi-arid basin scale for murum soils of India. **Ish Journal Of Hydraulic Engineering**, [s.l.], v. 24, n. 2, p.140-146, 7 nov. 2017.
- QIAO, Jiangbo et al. Estimating the spatial relationships between soil hydraulic properties and soil physical properties in the critical zone (0–100 m) on the Loess Plateau, China: A state-space modeling approach. **Catena**, [s.l.], v. 160, p.385-393, jan. 2018.
- REICHARDT, K.; TIMM, L.C. **Soil, Plant and Atmosphere: Concepts, Processes and Applications**. 1ª edição, Ed. Springer, 2020. 456 p.
- SHUMWAY, R.H. **Applied statistical time series analysis**. New York: Prentice-Hall, 1988. 379 p.
- SHUMWAY, R.H. et al. Time- and frequency-domain analyses of field observations. **Soil Sci** 147: 1344–1354, 1989.