

EVOLUÇÃO NÃO LINEAR DA INSTABILIDADE FEIXE-PLASMA

BARBOSA, Marcos Vinicius Grala¹; GAELZER, Rudi²; PAVAN, Joel³

¹UFPEL – marcosvgrala@gmail.com

²UFRGS – rudi.gaelzer@ufrgs.br

³UFPEL – joel.pavan@ufpel.edu.br

1. INTRODUÇÃO

Praticamente toda a matéria do universo encontra-se na forma de plasma, portanto, o estudo desta área da física é de extrema importância.

Em física de plasmas, um dos sistemas mais importantes, tanto no âmbito da pesquisa básica quanto em aplicações tecnológicas, é o sistema feixe-plasma. Este sistema é constituído de um plasma de fundo e um feixe de elétrons.

Neste trabalho analisamos o sistema feixe-plasma utilizando a *Teoria Generalizada de Turbulência Fraca*, derivada em YOON (2000). É observada a evolução temporal da função de distribuição dos elétrons do sistema e das intensidades das ondas eletrostáticas de Langmuir e Íon-acústicas. Utilizando a formulação que será apresentada, consegue-se uma grande concordância entre os resultados numéricos e as observações de satélites. O melhor exemplo de um fenômeno que envolve um sistema deste tipo (feixe-plasma) são as emissões solares Tipo III.

2. METODOLOGIA

Para deduzir as equações da *Teoria Generalizada de Turbulência Fraca*, parte-se da equação Klimontovich, na qual é realizada uma expansão perturbativa nas variáveis dinâmicas do sistema e são executadas médias de *ensemble*, assumindo a existência de fases aleatórias. Com isso, chegamos no sistema de equações que descreve a evolução temporal do sistema feixe-plasma. Abaixo serão apresentadas as equações para a evolução das ondas de Langmuir e Íon-acústicas. A evolução das partículas segue o descrito em BARBOSA (2012).

Assim, para o modo de Langmuir, a equação da evolução temporal é:

$$\frac{\partial I_{\mathbf{k}}^{\sigma L}}{\partial t} = \left(\frac{\partial I_{\mathbf{k}}^{\sigma L}}{\partial t} \right)_{ql} + \left(\frac{\partial I_{\mathbf{k}}^{\sigma L}}{\partial t} \right)_{3w} \quad (1)$$

Onde o primeiro termo do lado direito da equação representa os efeitos quase lineares de interação onda-partícula (BARBOSA, 2012) e é dado por:

$$\left(\frac{\partial I_{\mathbf{k}}^{\sigma L}}{\partial t} \right)_{ql} = \frac{\pi \omega_{pe}^2}{k^2} \int d\mathbf{v} \delta(\sigma \omega_{\mathbf{k}}^L - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) \times \left(\frac{ne^2}{\pi} F_e + \sigma \omega_{\mathbf{k}}^L I_{\mathbf{k}}^{\sigma L} \frac{\partial F_e}{\partial \mathbf{v}} \right) \quad (2)$$

E o segundo termo do lado direito da equação 1 é o termo de decaimento de três ondas, e é o termo que representa os efeitos não lineares de interação onda-onda, dado por:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial I_{\mathbf{k}}^{\sigma L}}{\partial t} \right)_{3w} &= \frac{\pi e^2}{2T_e^2} \sum_{\sigma', \sigma'' = \pm 1} \int d\mathbf{k}' \frac{\mu_{\mathbf{k}-\mathbf{k}'} (\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}')^2}{k^2 k'^2 |\mathbf{k} - \mathbf{k}'|^2} \delta(\sigma \omega_{\mathbf{k}}^L - \sigma' \omega_{\mathbf{k}'}^L - \sigma'' \omega_{\mathbf{k}-\mathbf{k}'}^S) \times \\ &\times \left[\sigma \omega_{\mathbf{k}}^L I_{\mathbf{k}'}^{\sigma' L} \frac{I_{\mathbf{k}-\mathbf{k}'}^{\sigma'' S}}{\mu_{\mathbf{k}-\mathbf{k}'}} - \left(\sigma' \omega_{\mathbf{k}'}^L \frac{I_{\mathbf{k}-\mathbf{k}'}^{\sigma'' S}}{\mu_{\mathbf{k}-\mathbf{k}'}} + \sigma'' \omega_{\mathbf{k}-\mathbf{k}'}^L I_{\mathbf{k}'}^{\sigma' L} \right) I_{\mathbf{k}}^{\sigma L} \right] \end{aligned} \quad (3)$$

Para a evolução temporal do modo íon-acústico temos uma equação parecida:

$$\frac{\partial I_{\mathbf{k}}^{\sigma S}}{\partial t} = \left(\frac{\partial I_{\mathbf{k}}^{\sigma S}}{\partial t} \right)_{ql} + \left(\frac{\partial I_{\mathbf{k}}^{\sigma S}}{\partial t} \right)_{3w} \quad (4)$$

Onde novamente o primeiro termo do lado direito é o termo de interação quase linear onda-partícula para as ondas íon-acústicas, descrito por:

$$\left(\frac{\partial I_{\mathbf{k}}^{\sigma S}}{\partial t} \right)_{ql} = \frac{\pi \mu_{\mathbf{k}} \omega_{pe}^2}{k^2} \int d\mathbf{v} \delta(\sigma \omega_{\mathbf{k}}^S - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) \left[\frac{ne^2}{\pi} (F_e + F_i) + \sigma \omega_{\mathbf{k}}^L \frac{I_{\mathbf{k}}^{\sigma S}}{\mu_{\mathbf{k}}} \mathbf{k} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \left(F_e + \frac{m_e}{m_i} F_i \right) \right] \quad (5)$$

O segundo termo também é de interação onda-onda não linear (decaimento de três ondas):

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial I_{\mathbf{k}}^{\sigma S}}{\partial t} \right)_{3w} &= \frac{\pi e^2}{4T_e^2} \sum_{\sigma', \sigma'' = \pm 1} \sigma \omega_{\mathbf{k}}^L \int d\mathbf{k}' \frac{\mu_{\mathbf{k}} [\mathbf{k}' \cdot (\mathbf{k} - \mathbf{k}')]^2}{k^2 k'^2 |\mathbf{k} - \mathbf{k}'|^2} \delta(\sigma \omega_{\mathbf{k}}^S - \sigma' \omega_{\mathbf{k}'}^L - \sigma'' \omega_{\mathbf{k}-\mathbf{k}'}^L) \times \\ &\times \left[\sigma \omega_{\mathbf{k}}^L I_{\mathbf{k}'}^{\sigma' L} I_{\mathbf{k}-\mathbf{k}'}^{\sigma'' L} - \left(\sigma' \omega_{\mathbf{k}'}^L I_{\mathbf{k}-\mathbf{k}'}^{\sigma'' L} + \sigma'' \omega_{\mathbf{k}-\mathbf{k}'}^L I_{\mathbf{k}'}^{\sigma' L} \right) \frac{I_{\mathbf{k}}^{\sigma S}}{\mu_{\mathbf{k}}} \right] \end{aligned} \quad (6)$$

Como essas equações, junto com a equação das partículas, formam um conjunto altamente não linear, a obtenção de uma solução analítica do problema se torna muito complicada, assim, devemos buscar uma solução numérica. Para isso, precisamos inicialmente adimensionalizar as equações. Todos os detalhes deste processo pode ser encontrado em ZIEBELL et al. (2001), mas devemos ressaltar a velocidade que passa de $v \rightarrow u$ e do número de onda, que passa de $k \rightarrow q$. Além disso, é preciso definir as condições iniciais, ou seja, definir como estava o sistema no instante inicial ($\tau = \omega_{pe} t = 0$). Modelamos as distribuições como duas maxellianas, uma do plasma de fundo (mais densa) e outra do feixe (menos densa), que tem um certa velocidade V_b com relação ao plasma de fundo, assim:

$$F_e(u, \tau=0) = \frac{1-\delta}{\sqrt{\pi}} e^{-u^2} + \frac{\delta}{\sqrt{\pi\rho}} e^{-(u-U_b)^2/\rho} \quad (7)$$

Onde $\delta = n_b/n_e$, $\rho = T_b/T_e$ e $U_b = V_b/v_{Te}$, onde o índice b indica a população do feixe e o índice e indica a população do plasma de fundo.

Também precisamos definir o nível inicial das ondas de Langmuir e íon-acústicas, para isso, supomos que para $\tau < 0$ o plasma encontrava-se próximo ao equilíbrio termodinâmico, sem o feixe. Para isso colocamos na equação 7 que $\delta = 0$, e tendo o equilíbrio entre as emissões e absorções de radiação pelo plasma, encontramos os seguintes níveis iniciais das ondas:

$$I_{\mathbf{k}}^{\sigma L}(0) = \frac{T_e}{4\pi^2} \frac{1}{1+3k^2\lambda_{De}^2} \quad (8)$$

$$I_{\mathbf{k}}^{\sigma S} = \frac{T_e}{4\pi^2} k^2 \lambda_{De}^2 \sqrt{\frac{1+k^2\lambda_{De}^2}{1+3k^2\lambda_{De}^2}} \frac{\int d\mathbf{v} \delta(\sigma \omega_{\mathbf{k}}^S - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) (F_e + F_i)}{\int d\mathbf{v} \delta(\sigma \omega_{\mathbf{k}}^S - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) (F_e + (T_e/T_i) F_i)} \quad (9)$$

Assim, no instante inicial é introduzido o feixe e o sistema irá evoluir seguindo as equações descritas inicialmente.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para implementação da solução numérica discretizamos o espaço de velocidade (u) e número de onda (q), em grades com um grande número de pontos entre os intervalos definidos no *input* do programa. Em cada ponto da grade o problema é resolvido, considerando o problema como de valor inicial. O método utilizado para solução numérica é o Runge-Kutta de 4^o ordem.

A seguir é apresentada a solução para o conjunto de equações. São utilizados os seguintes parâmetros: $\delta = 10^{-2}$, $\rho = 1$ e velocidade $U_b = 4$. As curvas nas figuras 1, 2 e 3 mostram instantâneos das grandezas dinâmicas em termos da escala típica da evolução temporal das ondas de Langmuir, isto é, em períodos de plasma.

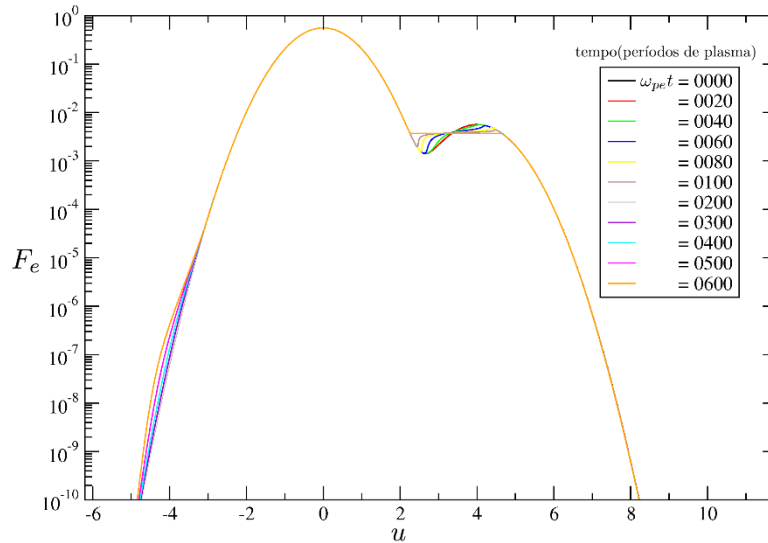


Figura 1: Evolução temporal da distribuição eletrônica.

A figura 1 mostra a evolução da distribuição eletrônica. Podemos ver a fase de formação do platô quase linear (BARBOSA, GAELZER, 2012), assim como a formação da cauda energética próximo de $u = -4$. Esta cauda tem origem nos termos não lineares.

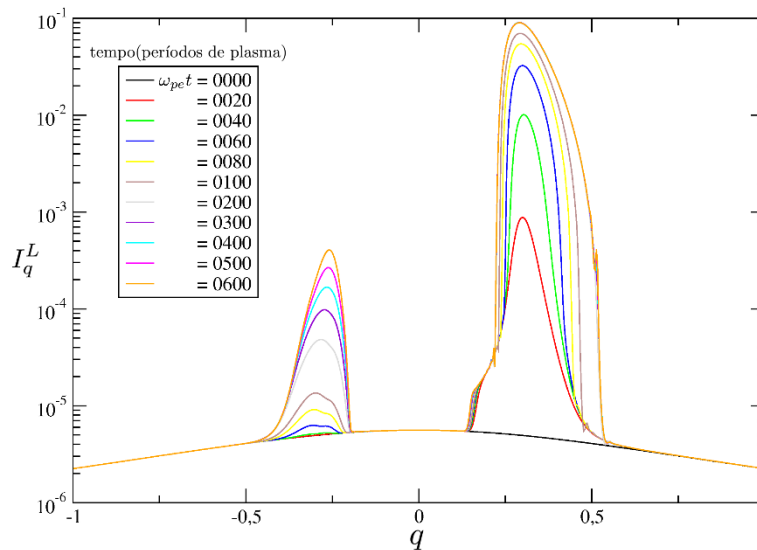


Figura 2: Evolução temporal da intensidade das ondas de Langmuir

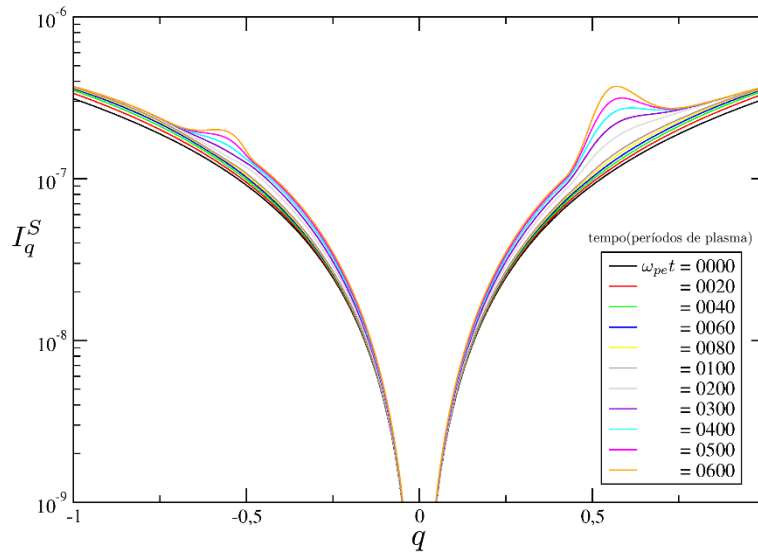


Figura 3: Evolução temporal da intensidade das ondas Ion-acústicas.

As figuras 2 e 3 mostram a evolução das ondas de Langmuir e Íon-acústicas. Na figura 2 vemos um aumento na intensidade próximo a $q \cong U_b^{-1}$, até a formação do platô na distribuição eletrônica, e após isso, vemos a formação de um pico secundário, da onda de Langmuir retroespalhada, na região próxima a $q \cong -U_b^{-1}$. Na figura 3, vemos a formação de um pico próximo a $q \cong 2U_b^{-1}$, e após algum tempo vemos também a formação do pico próximo $q \cong -2U_b^{-1}$.

4. CONCLUSÕES

Neste trabalho vimos que os efeitos não lineares ocorrem só após o sistema já ter evoluído durante algum tempo, portanto, em instantes iniciais o mecanismo fundamental são os quase lineares de interação onda-partícula. Após a formação do platô quase linear os efeitos não lineares tornam-se mais importantes, e são responsáveis pela intensificação da onda de Langmuir retroespalhada.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ZIEBELL, L. F., R. GAELZER, and P. H. YOON. Nonlinear development of weak beam-plasma instability, **Phys. Plasmas**, 8, 3982, 2001.

P. H. Yoon. **Phys. Plasmas** 7, 4858, 2000.

BARBOSA, M.V.G.; GAELZER, R. Introdução ao estudo de turbulência fraca em plasmas espaciais. In: **CONGRESSO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA – UFPEL**, Pelotas, 2012.

CHEN, Francis F. **Introduction to plasma physics and controlled fusion**. 2. ed. New York: Plenum, 1984.

PRESS, W.H.; TEUKOLSKY, S.A.; VETTERLING, W.T.; FLANNERY, B.P. **Numerical Recipes in Fortran 90**. New York: Cambridge, 1997.