UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE MAPLE® NA APLICAÇÃO DE TEOREMAS QUE REGEM A CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS

NATÁLIA SANTAMARINA DA SILVA[1]; LARISSA PINHEIRO COSTA[2]; ARIANE ANDRADE FREITAS[3]; REGINALDO FABIANO DA SILVA AFONSO[4]

[1]*Universidade Federal de Pelotas – natalia.santamarina@hotmail.com*
[2]*Universidade Federal de Pelotas– larissap.costa@hotmail.com*
[3]*Universidade Federal de Pelotas – ariandrade@gmail.com*
[4]*Universidade Federal de Pelotas– regis.fab@gmail.com*

1. INTRODUÇÃO

Segundo MORAN (2009), educar é colaborar para que professores e alunos nas escolas e organizações transformem suas vidas em processos permanentes de aprendizagem. Partindo desta definição podemos observar que o ensino, de qualquer que seja o conteúdo, é um processo em continua evolução. O professor deixou de ser apenas um transmissor do conhecimento e passou a adquirir tarefas importantes que devem ajudar o aluno a interpretar toda a gama de informações, a relacioná-las e contextualizá-las de forma a tornar as aulas atraentes e eficientes – no que diz respeito à absorção do conteúdo.

Para tal é necessário que se modifique a forma de ensinar e de aprender, tornando-a mais compartilhada. Ambas as tarefas exigem hoje muito mais flexibilidade espaço-temporal, pessoal e de grupo, menos conteúdos fixos e processos mais abertos de pesquisa e de comunicação (MORAN, 2009). Uma das dificuldades atuais é conciliar a extensão da informação, a variedade das fontes de acesso, com o aprofundamento da sua compreensão.

O presente trabalho visa apresentar as potencialidades do *software Maple®* no ensino da disciplina de Cálculo 1. Tal ferramenta será utilizada para fazer uma ligação entre a teoria que fundamenta a construção de gráficos de funções reais de uma variável real e a prática. Como as demonstrações dos teoremas referentes à construção de gráficos possuem interesse algébrico próprio, e isso foge do objetivo desse artigo. Portanto, apenas os resultados teóricos e como eles podem ser utilizados, com o auxílio do programa para o esboço do gráfico, serão apresentados.

2. METODOLOGIA

Toda a problemática inserida no contexto acima começou a ser diagnosticada e discutida dentro das reuniões do Projeto Tópicos de Matemática Elementar, pela Universidade Federal de Pelotas. Neste projeto e ao longo das monitorias de Calculo 1 ministradas, ficou evidente a deficiência que os alunos encontram em desenvolver os problemas propostos. As dúvidas surgem logo nos níveis mais básicos da matemática e avançam ao longo das disciplinas.

Tendo em vista os altos níveis de reprovação, procurou-se encontrar uma solução que aproximasse os alunos a fim de melhorar a qualidade do ensino. No presente contexto optou-se pela inserção da tecnologia potencializando as formas de resolução de problemas. Neste trabalho foi utilizado o *software Maple®*, que é um sistema algébrico computacional, e constitui um ambiente informático para a computação de expressões algébricas e simbólicas, permitindo o desenho de gráficos a duas ou três dimensões.

O método utilizado foi a pesquisa em livros e artigos que exploram a construção de gráficos e o impacto da inserção de tecnologias na educação, bem como as potencialidades do *software Maple®*.

A seguir serão expostas as principais definições, teoremas e proposições envolvidas na construção de gráficos de uma função real de variável real.

Definição 1: Uma função f tem um máximo relativo em *c*, se existir um intervalo aberto *I*, contendo *c*, tal que $f(c) \geq f(x)$ para todo $x \in I \cap D(f)$.

Definição 2: Uma função f tem um mínimo relativo em *c*, se existir um intervalo aberto *I*, contendo *c*, tal que $f(c) \leq f(x)$ para todo $x \in I \cap D(f)$.

Proposição 3: Suponhamos que $f(x)$ existe para todos os valores de $x \in (a, b)$ e que f tem um extremo relativo em *c*, onde $a < c < b$. Se $f'(c)$ existe, então $f'(c) = 0$.

Proposição 4: Seja f uma função contínua no intervalo $[a, b]$, derivável no intervalo (a, b).

(i) Se $f'(x) > 0$ para todo $x \in (a, b)$, então f é crescente em $[a, b]$;

(ii) Se $f'(x) < 0$ para todo $x \in (a, b)$, então f é decrescente em $[a, b]$.

Teorema 5: (Critério da derivada primeira para determinação dos extremos): Seja f uma função contínua no intervalo fechado $[a, b]$ que possui derivada em todo o ponto do intervalo (a, b), exceto possivelmente num ponto *c*.

(i) Se $f'(x) > 0$ para todo $x < c$ e $f'(x) < 0$ para todo $x > c$, então f tem um máximo relativo em *c*.

(ii) Se $f'(x) < 0$ para todo $x < c$ e $f'(x) > 0$ para todo $x > c$, então f tem um mínimo relativo em *c*.

Teorema 6: (Critério da segunda derivada para determinação de extremos de uma função): Sejam f uma função derivável num intervalo (a, b) e *c* um ponto crítico de f nesse intervalo, isto é $f'(c) = 0$, com $a < c < b$. Se f admite a derivada f'' em (a, b), temos:

(i) Se $f''(c) < 0$, f tem um valor máximo relativo em *c*.

(ii) Se $f''(c) > 0$, f tem um valor mínimo relativo em *c*.

Definição 7: Uma função f é dita côncava para cima no intervalo (a, b), se $f'(x)$ é crescente neste intervalo.

Definição 8: Uma função f é côncava para baixo no intervalo (a, b), se $f'(x)$ é decrescente neste intervalo.

Proposição 9: Seja f uma função contínua no intervalo $[a, b]$ e derivável até a segunda ordem no intervalo (a, b).

(i) Se $f''(x) > 0, \ \forall x \in (a, b)$, então f é côncava para cima em (a, b).

(ii) Se $f''(x) < 0. \ \forall x \in (a, b)$, então f é côncava para baixo em (a, b).

Definição 10: Um ponto $P(c, f(c))$ do gráfico de uma função contínua f é chamado um ponto de inflexão, se existe um intervalo (a, b) contendo *c*, tal que uma das seguintes situações ocorra:

(i) f é côncava para cima em (a, c) e côncava para baixo em (c, b).

(ii) f é côncava para baixo em (a, c) e côncava para cima em (c, b).

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Em virtude dos conceitos apresentados acima, pode-se elaborar o seguinte roteiro apresentado na tabela 1, referente à construção de gráficos:

Etapas	Procedimento	Teo. ou prop. utilizada
1ª	Encontrar $D(f)$	
2ª	Calcular os pontos de intersecção com os eixos	
3ª	Encontrar os pontos críticos	
4ª	Determinar os intervalos de crescimento e decrescimento de $f(x)$	Proposição 4
5ª	Encontrar os máximos e os mínimos relativos	Teorema 5 ou teorema 6
6ª	Determinar a concavidade e o ponto de inflexão de f	Proposição 9 e Definição 10
7ª	Encontrar as assíntotas horizontais e verticais se existirem	
8ª	Esboçar o gráfico	

Tabela 1 – Teoria utilizada no esboço de gráficos de funções reais de variável real.

A título de ilustração serão demonstrados os itens 4, 5, e 8 para a função $f(x) = x^3 - x^2$ utilizando o *Maple®*. A figura abaixo versa sobre o item 4.

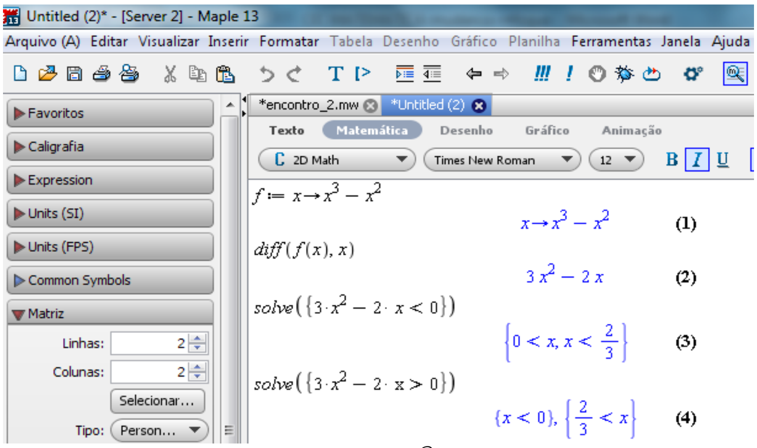

Figura 1 – Comandos aplicados no *Maple®* para resolução do item 4 da tabela 1.

De acordo com a figura 1, em um primeiro comando declarou-se a função. No segundo, determinou-se a derivada da função dada. No terceiro comando, calculou-se o intervalo de decrescimento e por fim, no quarto comando calculou-se o intervalo de crescimento. Assim, verificou-se que a função dada é decrescente em [0,2/3] e crescente em [-∞,0]∪[2/3,+∞].

A figura 2 (ilustração 1) mostra a resolução do item 5 da tabela 1 utilizando o teorema 6.

Observando tal ilustração, constatou-se que f apresenta um máximo relativo em $x = 0$ e um mínimo relativo em $x = 2/3$. Procedendo com análise de sinal da derivada segunda, verificou-se que o ponto de inflexão ocorre em

$\left(\frac{1}{3}, f\left(\frac{1}{3}\right)\right)$. Esta análise de sinal, através do *software*, pode ser efetuada seguindo o mesmo raciocínio apresentado nos comandos 3 e 4, presentes na figura 1.

Baseado no que foi exibido até o momento, tem-se o gráfico apresentado na figura 2 (ilustração 2):

$solve(\{3 \cdot x^2 - 2 \cdot x = 0\})$

$$\{x = 0\}, \left\{x = \frac{2}{3}\right\} \qquad (5)$$

$g := diff(f(x), x)$

$$3x^2 - 2x \qquad (6)$$

$diff(g, x)$

$$6x - 2 \qquad (7)$$

$h := x \rightarrow 6 \cdot x - 2$

$$x \rightarrow 6x - 2 \qquad (8)$$

$h(0)$

$$-2 \qquad (9)$$

$h\left(\frac{2}{3}\right)$

$$2 \qquad (10)$$

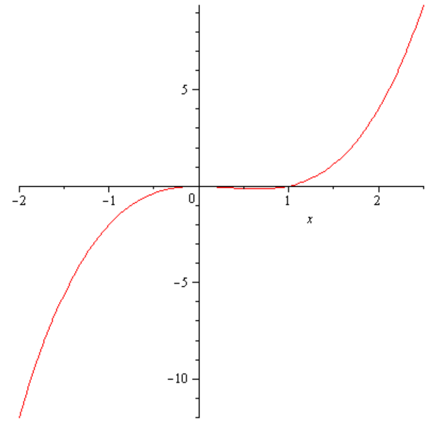

Ilustração 1 – Resolução do item 5 da tabela 1 para a função $f(x) = x^3 - x^2$	Ilustração 2– Gráfico da função $f(x) = x^3 - x^2$

Figura 2 – Etapas 5 e 8 da tabela 1 utilizando o *Maple*®.

4. CONCLUSÕES

Atualmente, o ensino brasileiro encontra-se em crise e desafia pesquisadores e educadores que procuram alternativas para melhoria do mesmo. O desafio é integrar o aluno às aulas, buscando alternativas que façam parte da sua rotina, tais como informática e tecnologia, despertando assim o interesse na disciplina.

A utilização desses recursos no ensino de cálculo nas universidades brasileiras não resolve todos os problemas de aprendizagem desta disciplina, porém poderá contribuir com a democratização do acesso às tecnologias por parte dos alunos, além de permitir a sua interação com o conteúdo, possibilitando análises e conjecturas que não seriam possíveis somente com a utilização do giz e do quadro negro (D'AMBRÓSIO, 2005).

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

FLEMMING, D.M, GONÇALVES, M.B. **Cálculo-A Funções Limites Derivação Integração**, 6ª Ed., Makron Books, 2010.

HEAL, K.M, HANSEN, M.L,RICKARD,K.M. **Maple V Learning guide**. New York: editora Springer, 1998.

MORAN,J.M. **Mudar as formas de ensinar e aprender com tecnologias. Disponível em:** http://www.eca.usp.br/moran/uber.htm. Acesso em 11 de agosto de 2013.

D'AMBROSIO, Beatriz S. **Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates**. SBEM. Ano II. N2. Brasilia. 1989. P. 15-19.