

# ANÁLISE DA SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE WEISS POR MÉTODO GRÁFICO E ITERATIVO

Samantha Alves Lameiro<sup>1</sup>; Carlos Alberto Vaz de Moraes Junior<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Universidade Federal de Pelotas – [samanthaalveslameiro@gmail.com](mailto:samanthaalveslameiro@gmail.com)

<sup>2</sup> Universidade Federal de Pelotas – [carlosavrjr@gmail.com](mailto:carlosavrjr@gmail.com)

## 1. INTRODUÇÃO

O modelo de Weiss descreve o comportamento de materiais ferromagnéticos por meio do conceito de campo molecular, relacionando a magnetização  $M$  com a temperatura  $T$  por meio de uma função  $f(M, T)$ . Essa função expressa a magnetização espontânea e a dependência da temperatura, evidenciando a transição de fase ferromagnética-paramagnética próxima à temperatura de Curie. A natureza transcendental dessa equação reflete a complexidade de seu comportamento em diferentes condições térmicas. Este trabalho visa solucionar a equação de Weiss por meio de dois métodos: a solução gráfica e a iterativa.

A solução gráfica permite uma análise visual das interseções que indicam os valores de equilíbrio de  $M$  em função de  $T$ . Já o método iterativo utiliza um algoritmo numérico para refinar as soluções, proporcionando maior precisão e detalhes, especialmente em regiões próximas à transição de Curie, onde pequenas variações na temperatura causam grandes mudanças na magnetização.

## 2. METODOLOGIA

Objetiva-se solucionar a equação de Weiss

$$M = \tanh(\beta J M),$$

em que  $\beta = 1/k_b T$ ,  $k_b$  e  $J$  são constantes. Para o cálculo da função  $f(M, T)$ , que relaciona a magnetização com a temperatura, foram utilizados dois métodos distintos: a solução gráfica e a iterativa. O primeiro método, a solução gráfica, envolve uma análise visual das curvas geradas, enquanto o segundo consiste na aplicação de um algoritmo numérico para obter resultados mais precisos.

Na solução gráfica, utilizamos o software Gnuplot para representar a equação de Weiss graficamente. Foram escolhidos os valores de temperatura 0,01; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 0,99; 1,0 e 1,1, que foram plotados, um a um, permitindo a visualização clara dos pontos de interseção correspondentes às magnetizações em cada temperatura. A imagem foi ampliada ao máximo para facilitar a visualização precisa dos pontos de interseção. Após identificar as magnetizações, um gráfico final foi gerado para mostrar o comportamento da magnetização em função da temperatura.

Já na solução iterativa, utilizamos um algoritmo numérico implementado em Fortran. O algoritmo começa com uma aproximação inicial de  $M = 0,5$  e refina essa estimativa até que a diferença entre  $M$  e  $\tanh(M/T)$  seja inferior a  $1,0 \times 10^{-8}$ . Esse processo foi repetido para um faixa de temperaturas que variou de ( $T_{\min}$ ) a

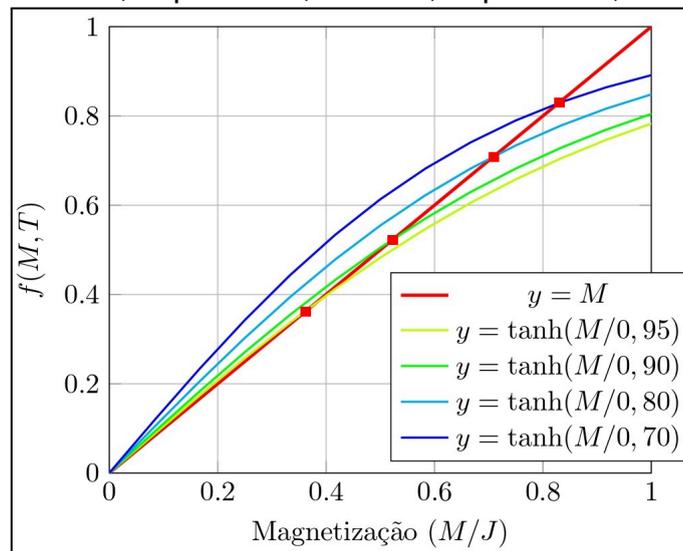
( $T_{\text{máx}}$ ), com passo 0,01. As magnetizações calculadas para cada temperatura foram registradas em um arquivo de dados.

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A análise dos resultados obtidos pelas soluções gráfica e iterativa ressalta a relação entre as variações da magnetização e a temperatura, introduzindo a discussão dos dois métodos que será apresentada a seguir. Particularmente,  $J = 1$  e  $k_b = 1$  para a solução numérica.

Na solução gráfica, verificou-se que, com o aumento da temperatura e sua aproximação de  $T = 1$ , a magnetização diminui progressivamente, tendendo a zero, um comportamento característico de materiais ferromagnéticos. A Figura 1 apresenta a solução gráfica da equação de Weiss em uma faixa de temperaturas.

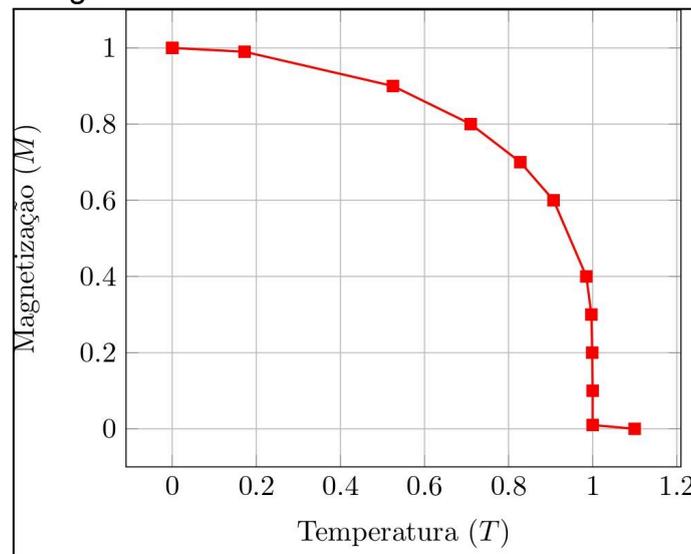
Figura 1: Solução Gráfica da Equação de Weiss.  
 $M = 0,83$  para  $T=0,7$ ,  $M= 0,71$  para  $T=0,8$ ,  
 $M = 0,53$  para  $T=0,9$  e  $M=0,38$  para  $T=0,95$ .



Fonte: do Autor (2024)

Além disso, a Figura 2 mostra o gráfico de  $M$  vs  $T$  obtido a partir dessa solução gráfica. Nesse gráfico, é possível ver como a magnetização se comporta à medida que a temperatura se aproxima da temperatura crítica ( $T_c$ ). Observa-se uma queda acentuada na magnetização nas proximidades de  $T_c$ , confirmando o comportamento teórico esperado para a transição de fase magnética.

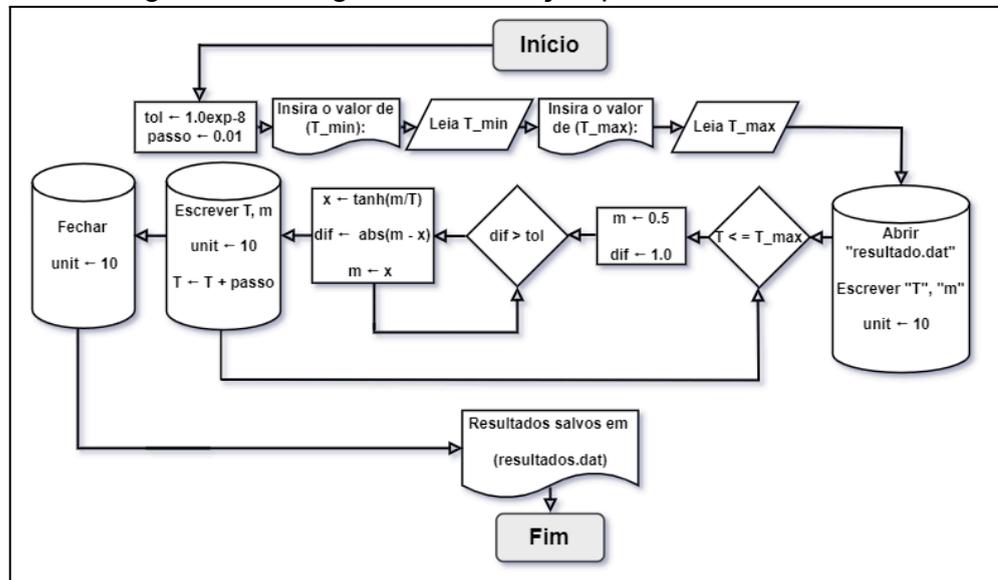
Figura 2: Gráfico M vs T — Método Gráfico.



Fonte: do Autor (2024)

No método iterativo, os resultados numéricos validam os obtidos graficamente, apresentando valores de magnetização consistentes, mas com maior precisão, principalmente em temperaturas próximas a  $T = 1$ . A Figura 3 apresenta o fluxograma do algoritmo utilizado no método iterativo, destacando as etapas responsáveis pela convergência precisa dos valores.

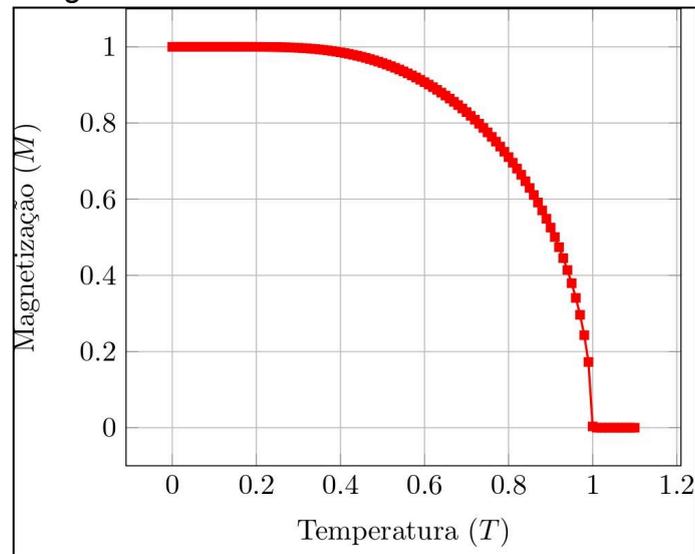
Figura 3: Fluxograma da Solução pelo Método Iterativo.



Fonte: do Autor (2024)

Na Figura 4, é apresentado o gráfico M vs T gerado a partir dos resultados do método iterativo. Comparando com os resultados gráficos, observa-se que o método iterativo oferece uma solução mais detalhada e precisa, especialmente próximo à  $T_c$ , onde a convergência dos valores se mostrou mais sensível. Esse gráfico ilustra a vantagem do método iterativo em capturar variações sutis na magnetização, fornecendo uma análise mais precisa do comportamento magnético.

Figura 4: Gráfico M vs T — Método Iterativo.



Fonte: do Autor (2024).

#### 4. CONCLUSÕES

A comparação entre as abordagens mostrou que, embora a solução gráfica seja eficaz para fornecer uma estimativa inicial da magnetização, suas limitações em termos de precisão tornam-se evidentes, especialmente em temperaturas próximas ao ponto crítico. O método iterativo, por sua vez, provou ser essencial para obter resultados mais precisos, permitindo um refinamento maior dos valores de magnetização.

Além disso, o algoritmo numérico ofereceu flexibilidade na escolha das temperaturas, com a precisão controlada por uma tolerância definida, o que se mostrou particularmente vantajoso em regiões onde pequenas variações na temperatura resultam em mudanças significativas na magnetização. Dessa forma o método iterativo se destaca como uma ferramenta fundamental para o estudo detalhado da equação de Weiss.

#### 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

FERREIRA, Anderson Ricardo da Silva. **Revisão teórica e computacional do modelo frustrado J1 – J2**. 2023. 85 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Física) – Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2023

SILVA, J. M. Machado da. **O modelo molecular de Weiss: ferromagnetismo**. *Gazeta de Física*, Porto, v. 5, n. 4, p. 127-131, dez. 1971.