

MODELAGEM DA CINEMÁTICA DIRETA E INVERSA DE MANIPULADORES ROBÓTICOS

BRUNA DA SILVA LEITZKE¹; VALDECIR BOTTEGA²

¹Universidade Federal de Pelotas – brunaleitzke@hotmail.com

²Universidade Federal de Pelotas – vldcirbo@gmail.com

1. INTRODUÇÃO

O problema fundamental da robótica consiste em programar um robô com o objetivo de executar uma determinada tarefa. Para resolvê-lo são necessários conhecimentos de mecânica, além de outros, o que engloba Cinemática, dinâmica e estática.

A Cinemática estuda o movimento dos robôs, desconsiderando as forças e as massas envolvidas, permitindo criar um mapeamento entre as variáveis de junta e posição e orientação de cada segmento do robô. Com isso, têm-se dois tipos de Cinemática: a Cinemática Direta, que define a posição do atuador em função das variáveis de junta (comprimentos ou ângulos); e a Cinemática Inversa, que determina os valores dos ângulos para que o elemento terminal atinja a posição desejada.

O objetivo deste trabalho é tentar solucionar os problemas de Cinemática para que, assim, se programe um robô a fim de desenvolver uma determinada tarefa. Para isso usamos noções de trigonometria e álgebra, junto com o software Matlab, um programa de computador de uso específico, o qual oferece uma ampla biblioteca de funções predefinidas, resultando num sistema flexível, capaz de resolver essencialmente qualquer problema técnico. Sua capacidade de realizar cálculos com matrizes e construção de gráficos em ambiente acessível foi usada para implementar a simulação da Cinemática do manipulador robótico.

2. METODOLOGIA

Para determinar os cálculos e descrição da Cinemática Direta ou Inversa é conveniente usar sistemas de coordenadas em cada junta. A partir disso, pode-se formular cada movimento ou computar as relações matemáticas, para que assim sejam obtidos os resultados desejados.

Inicialmente, adota-se um sistema $Ox_0y_0z_0$ como sendo o sistema na base do nosso manipulador robótico, e para as demais juntas como sendo $Ox_ny_nz_n$, onde $n \in \mathbb{N}^*$.

O modelo da Figura 1 abaixo mostra um modelo de manipulador robótico, com três juntas rotacionais.

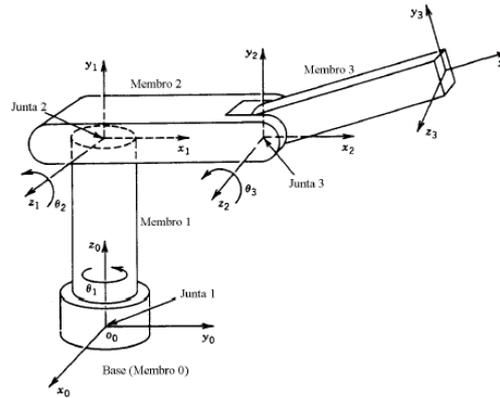


Figura 1: Robô articulado

2.1 Cinemática Direta

A Cinemática Direta descreve os movimentos de cada braço, com rotações e translações, para assim encontrar a posição da extremidade final do robô. Para isso é necessário conhecer as operações de rotações de cada junta e também as translações feitas a partir de um determinado ponto que será deslocado de um sistema a outro, começando pela base.

A Figura 2a representa a rotação do eixo z_0 . Com isso se obtém novas coordenadas a partir das projeções do versor de posição em cada um dos eixos coordenados do sistema de referência. Em seguida, a Figura 2b mostra a translação e a transmissão da rotação feita do eixo $Ox_0y_0z_0$ para o eixo $Ox_1y_1z_1$.

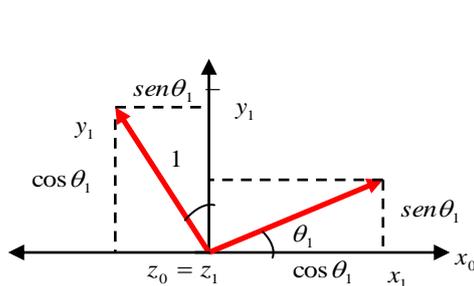


Figura 2a: Rotação da base.

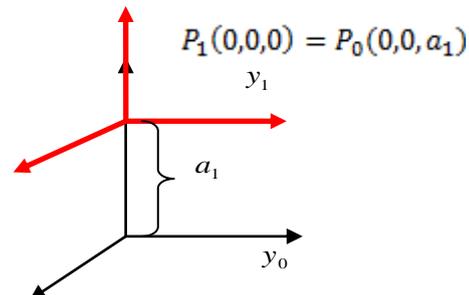


Figura 2b: Translação da base para a junta 2.

Para se facilitar os cálculos, as rotações serão sempre realizadas em z . Assim, com base no nosso modelo, acontece uma torção de 90° em x_1 para que a rotação seguinte possa ser realizada em z_1 . A matriz de transformação total para a junta 1 será: $A_0^1 = R_z Tr_z T_x$. Onde R_z é a matriz de rotação em torno de z_0 ; Tr_z é a matriz de translação sobre z_0 e T_x é a matriz de torção em x_1 .

Encontramos para a junta 2: $A_1^2 = R_z Tr_x$, com uma rotação em torno de z_1 e após isso uma translação sobre o eixo x_1 . E para a junta 3, encontramos: $A_2^3 = R_z Tr_x$, com uma rotação em z_2 e depois uma translação sobre o eixo x_2 .

A transformação total do nosso modelo é da forma: $T_0^3 = A_0^1 A_1^2 A_2^3$. E assim, conseguimos obter a nossa posição final que será: $P_0 = T_0^3 P_3$, onde P_0 é o ponto das coordenadas de referência e P_3 é o ponto na extremidade do robô.

2.2 Cinemática Inversa

A Cinemática Inversa busca obter os valores das variáveis de juntas a partir da posição e orientação da extremidade final do robô. Para o nosso modelo, podemos pensar nas coordenadas e orientações que já possuímos.

Podemos ver através da Figura 3 que, sendo p_x, p_y, p_z as coordenadas da posição final do robô, encontramos o ângulo θ_1 através do vetor que passa pela origem do sistema e cujas projeções são p_x e p_y . Assim teremos:

$$\theta_1 = \arctg \frac{p_y}{p_x} \text{ ou } \theta_1 = \arctg \frac{p_y}{p_x} + \pi.$$

Para encontrar os ângulos θ_2 e θ_3 , pensamos no plano que se forma pelo braço e antebraço do manipulador. A partir das Figuras 3 e 4, podemos obter:

$$\cos \theta_3 = \frac{r^2 + s^2 - a_2^2 - a_3^2}{2a_2a_3} = \frac{p_x^2 + p_y^2 + (p_z - d_1)^2 - a_2^2 - a_3^2}{2a_2a_3} = D.$$

Desta forma, θ_3 é dado por: $\theta_3 = \arctg \frac{\pm \sqrt{1-D^2}}{D}$, onde as duas soluções correspondem, respectivamente, às posições cotovelo acima e cotovelo abaixo do robô. E da mesma forma, podemos encontrar θ_2 , dado por:

$$\theta_2 = \arctg \frac{s}{r} - \arctg \frac{a_3 s}{a_3 a_3 c \theta_3} = \arctg \frac{p_z - d_1}{\sqrt{p_x^2 + p_y^2}} - \arctg \frac{a_3 s}{a_3 a_3 c \theta_3}.$$

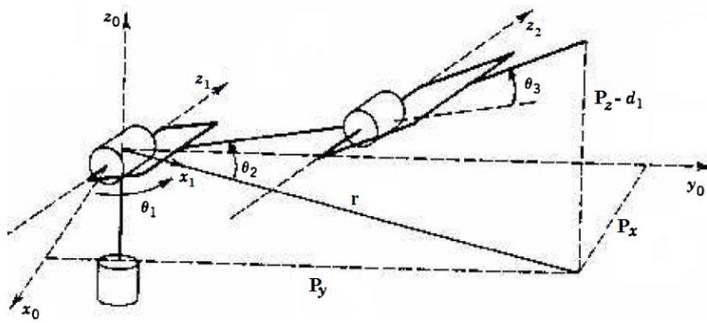


Figura 3: Manipulador articulado

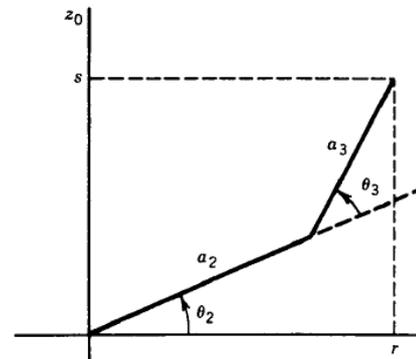


Figura 4: Plano vertical formado pelo braço e antebraço

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Com o auxílio do MATLAB, podemos calcular e simular os casos de Cinemática Direta e Inversa. Como as Figuras 5 e 6 mostram, vamos considerar um Robô com 3 juntas de rotação e 6 graus de liberdade.

Os cálculos de matrizes ou fórmulas são descritos no software. Para a Cinemática Direta alguns ângulos são colocados para que esse caso seja simulado. Por exemplo, com as seguintes rotações nas juntas: $\theta_1 = 30^\circ$, $\theta_2 = -30^\circ$ e $\theta_3 = 90^\circ$, podemos encontrar a posição da extremidade final do robô, mostrada na figura 6. Com isso, a simulação executou os três movimentos possíveis, através da Cinemática Direta.

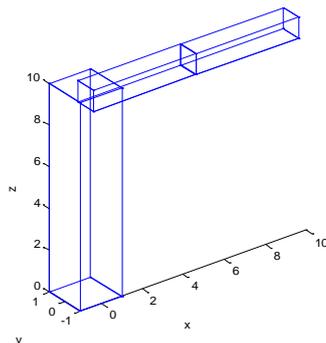


Figura 5: Posição inicial do Robô

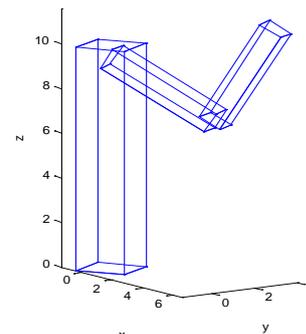


Figura 6: Posição final

Já para a Cinemática Inversa, podemos partir da posição da extremidade final do robô, por exemplo $P_0 = (8,2,11)$, podemos encontramos os ângulos de rotação $\theta_1 = 14.0362^\circ$, $\theta_2 = 43.3639^\circ$ e $\theta_3 = -66.1089^\circ$. Desta forma, o robô passará de sua posição inicial, ilustrada na Figura 5, para a posição final mostrada na Figura 7. Ou seja, a posição do ponto central do elemento terminal da estrutura será o ponto $P_0 = (8,2,11)$.

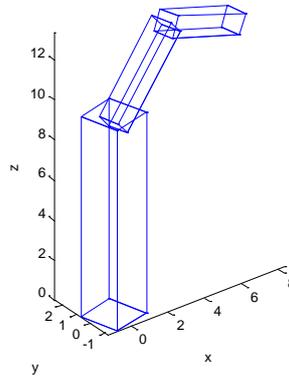


Figura 7: Posição do elemento terminal do robô, por cinemática inversa, para a posição desejada $P(8,2,11)$.

4. CONCLUSÕES

Neste trabalho, foram descritas as transformações matriciais homogêneas que são aplicadas na resolução dos problemas de Cinemática Direta e Inversa dos manipuladores robóticos, bem como os conceitos de álgebra linear embarcados. As equações de Cinemática Direta possibilitam encontrar a posição e a orientação do elemento terminal do robô em relação a um sistema de coordenadas de referência, descrevendo as rotações e translações sobre os diferentes eixos decorrentes da variação dos ângulos entre os membros. As equações de Cinemática Inversa, definem a posição das articulações, dadas posição e orientação desejadas. Recursos do sistema algébrico computacional MATLAB foram utilizados para aplicar o mapeamento entre variáveis de junta e posição-orientação criadas pelos dois tipos de Cinemática e simular o comportamento do objeto no espaço.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANTON, H. e RORRES, C., Álgebra linear com aplicações, Bookman, 2001.
- BOTTEGA, V. "Controle de Sistemas Mecânicos Não-Lineares Aplicado a Um Manipulador Robótico", Dissertação de Mestrado, UFRGS/CPGMAP, Porto Alegre, 1998.
- GILAT, A. Matlab com aplicações em engenharia, Bookman, 2006.
- LAY, D. C., Álgebra linear e suas aplicações, LTC, 1999.