

ANTENA FRACTAL

SARAIVA, Marcelo¹; SIMCH, Márcia R. R.²

¹ Universidade Federal de Pelotas; Eng. de Controle e Automação.
(Marceloss_8@hotmail.com);

² Universidade Federal de Pelotas, Centro de Engenharias (CENG).
(marciasimch@gmail.com)

1. INTRODUÇÃO

Entre os séculos XIX e XX o cientista Karl Weierstrass descobriu uma função, com uma propriedade no mínimo, incomum nas disciplinas de Cálculo: contínua em todo seu domínio, mas não diferencial em ponto algum. Hoje em dia, o gráfico dessa função é chamado de *fractal*.

A geometria fractal tornou-se conhecida pelo matemático francês Benoit Mandelbrot, que na década de 70 do século XX foi o primeiro a reproduzir o gráfico do conjunto e a utilizar o termo fractal.

Ainda pouco conhecido, um fractal é um objeto geométrico que apresenta auto-similaridade independentemente do tamanho da escala. Um exemplo de fractal na natureza é uma couve-flor, pois ao dividi-la em partes menores, cada parte é bastante parecida com a couve-flor original, ou seja, as partes são auto-similares, mas diferentes em tamanho.

Um dos fractais mais famosos hoje em dia leva o nome de seu criador, o matemático Helge von Koch. É conhecido como o *floco de neve de Koch* (Koch snowflake). A forma geométrica desse fractal serve de base para a construção de antenas que seguem a “curva de Koch”.

2. METODOLOGIA

O floco de neve de Koch é baseado em triângulos equiláteros de lado L. Computacionalmente, foi utilizado o seguinte procedimento:

- Desenhemos um segmento horizontal de comprimento L;
- Desenhemos: um segmento horizontal de comprimento L/3; no extremo direito do segmento anterior, um segmento de comprimento L/3 com ângulo de elevação 60°; no extremo direito do segmento anterior, um segmento de comprimento L/3, com ângulo de elevação -60° em relação ao segmento anterior; e no extremo direito do segmento anterior, um segmento de comprimento L/3 com um ângulo de elevação de 60° em relação ao segmento anterior. Dessa maneira, é gerada uma curva com comprimento 4(L/3).
- Aplicamos o procedimento anterior em cada segmento da curva até aqui gerada.

O seguinte script do Matlab nos ajuda a gerar o gráfico correspondente considerando o procedimento anterior:

```

%koch
clc
clear
close all
%1ª parte onde é feita a primeira figura, com os vetores X e Y e suas
%operações, onde B0(x,y) é o vetor gerador do grafico que possui os limites dos
%eixos X e Y especificados nos valores maximos de X= -0.05 até 1.05 e Y= -0.5
%até 0.8.
ddN=4;
x=linspace(0,1,10*(4^ddN));
y=zeros(1,length(x));
B0=[x;y];
figure('name','koch-0')
plot(B0(1,:),B0(2,:))
axis([-0.05 1.05 -0.5 0.8]);
hold off
%Inicio da 2ª parte, onde é especificada as operações de cada curva
%Koch com as seguintes vetores de A1 à A4 e vetor T.
A1=[1/3 0;0 1/3]; t1=[0 0]';
A2=[1/6 (-3)^0.5)/6;((3)^0.5)/6 1/6]; t2=[1/3 0]';
A3=[1/6 ((3)^0.5)/6;(-3)^0.5)/6 1/6]; t3=[1/2 ((3)^0.5)/6]';
A4=[1/3 0;0 1/3]; t4=[2/3 0]';
%Atribuição de valores as variaveis e formação do loop "for" iniciando
%em 1 até o valor especificado de ddn=4, na seguinte opereção descobre-se o
%valor de "n" e depois é usado na operação com a variavel "temp x e y", gerando
%valores para cyx e cyy que geram o vetor cyB.
tempx=x;
tempy=y;
for i=1:ddN
    n=1:length(tempx)/4;
    cyx=tempx(4*n);
    cyy=tempy(4*n);
    cyB=[cyx;cyy];
    %Formação dos vetores "W" depois de feitas as operações de
    %multiplicação e soma dos vetores A , cyB e t1 com o valor do comprimento de
    %cyx.
    %para saber o valor do comprimento de um vetor usa-se o comando
    %length.
    W1cyB=A1*cyB+t1*ones(1,length(cyx));
    W2cyB=A2*cyB+t2*ones(1,length(cyx));
    W3cyB=A3*cyB+t3*ones(1,length(cyx));
    W4cyB=A4*cyB+t4*ones(1,length(cyx));
    temp=[W1cyB,W2cyB,W3cyB,W4cyB];
    tempx=temp(1,:);
    tempy=temp(2,:);
    %Nome da figura , soma-se (i+1) a cada loop for.
    figure(i+1)
    %comando para gerar o grafico.
    plot(tempx,tempy)
    axis([-0.05 1.05 -0.5 0.8]);
end
    
```

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Utilizando o software matemático MATLABR2013 e executando o algoritmo temos as 4 iterações graficamente representadas:

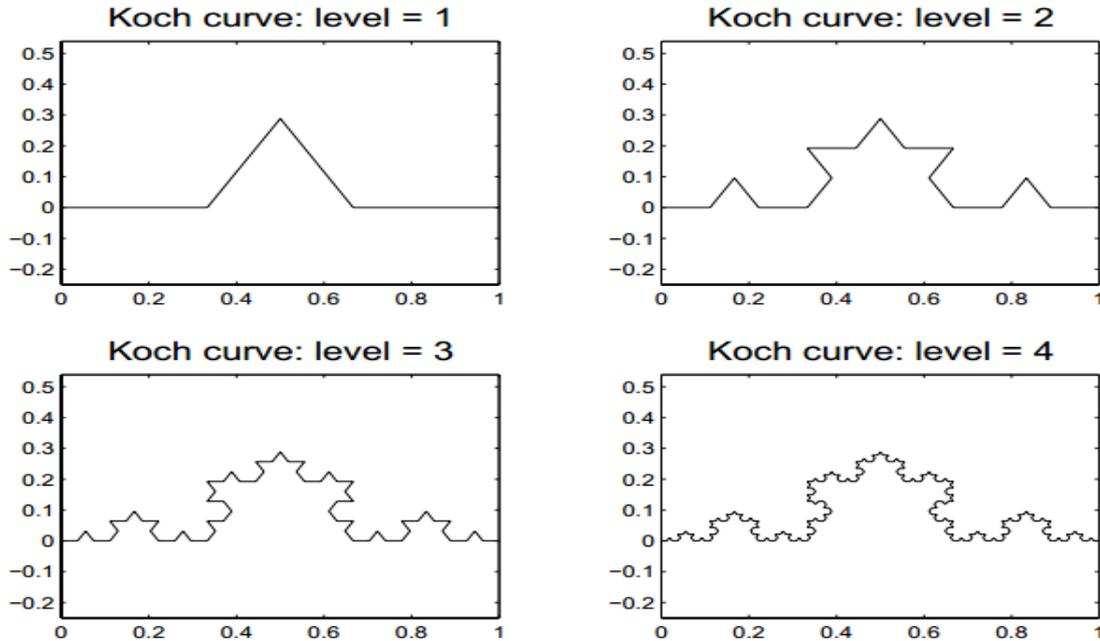


Figura 1: representação gráfica MATLABR2013

O nível de execução deste processo pode ser aumentado arbitrariamente, porém com limitações computacionais. Se o nível crescer indefinidamente deve ser gerada uma curva de comprimento infinito.

Este procedimento geométrico é a base para a construção de uma antena fractal HDTV. Na figura a seguir, é mostrada a forma geométrica (curva de Koch) de uma antena desse tipo. O nível de construção, neste caso, é 3. O referido nível pode ser aumentado, melhorando, como consequência, a recepção do sinal.

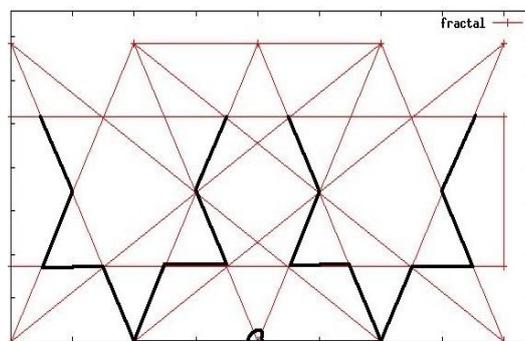


Figura 2: antena fractal no gráfico

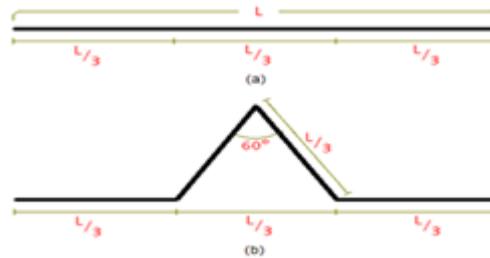


Figura 3: seguimentos e divisões

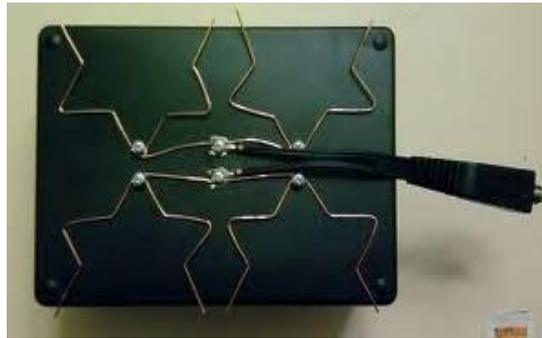


Figura 4: antena fractal real.

4. CONCLUSÕES

Com objetivo de ampliar o conhecimento dos fractais no nosso cotidiano tendo como exemplo o fractal “curva de koch”, conclui-se que a geometria fractal mesmo não sendo tão popular como a sua prima geometria euclidiana vem sendo de extrema importância para o avanço da tecnologia, tendo como exemplo a antena fractal onde com baixo custo material podemos ter grandes benefícios, pela sua forma compacta e multidirecional. O mesmo tipo de estrutura pode ser utilizado também para aumentar a recepção dos celulares, rádios, wi-fi. Sua eficiência já é conhecida em outras regiões e agora, com a liberação do sinal digital na região sul, já podemos usar esse tipo de antena.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALBUQUERQUE DE ASSIS, Thiago; GARCIA VIVAS MIRANDA, José; DE BRITO MOTA, Fernando ; Fernandes Silva Andrade, Roberto e MÁRIO CASTRO DE CASTILHO, Caio, Revista brasileira de ensino de física, , v. 30, n. 2, p. 1 - 10 , 2008.

CUNHA DE CARVALHO, Hamilton. **Geometria Fractal: Perspectivas e possibilidades no ensino de matemática**. Local de Edição: UFPa, 2005

APARECIDA FACCIO PADILHA, TERESINHA. CONTRUÇÃO DA CURVA DE KOCH COM SOFTWARE GEOGEBRA. In: SOBRENOME, Nomes (Ed.1, Pag.49.). **Conhecimentos geométricos e algébricos a partir da construção de fractais com uso do software geogebra**. Local de Edição: biblioteca digital univates, 2012. 3, p. 44 – 74.