

## CICLOS ECONÔMICOS: ESTIMAÇÃO VIA FILTRO DE KALMAN ESTENDIDO

RICARDO AGUIRRE LEAL<sup>1</sup>; EVANDRO CASTRO PEDRO<sup>2</sup>;  
REGIS AUGUSTO ELY<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal de Pelotas – [raguirreleal@yahoo.com.br](mailto:raguirreleal@yahoo.com.br)

<sup>2</sup>Universidade Federal de Pelotas – [evandro.castro@live.com](mailto:evandro.castro@live.com)

<sup>3</sup>Universidade Federal de Pelotas – [regisaely@gmail.com](mailto:regisaely@gmail.com)

### 1. INTRODUÇÃO

O produto potencial e o hiato do produto, devido à sua relevância econômica, são variáveis macroeconômicas amplamente utilizadas em análises relativas aos ciclos econômicos, políticas monetárias e fiscais, crescimento econômico e vários outros temas. Contudo, devido não serem observadas diretamente, existem dificuldades na obtenção destas variáveis e também há uma dose de divergências quanto ao método de mensuração estatística mais apropriado. No presente estudo, aplicamos um método diferenciado (Filtro de Kalman Estendido) para a estimação dos ciclos econômicos no Brasil, sugerido pela literatura como mais apropriado às economias emergentes.

Geralmente o produto potencial e o hiato do produto são mensurados a partir de procedimentos estatísticos, principalmente o de filtragem, separando a série da variável do produto nos componentes de tendência (produto potencial) e de ciclo (hiato do produto).

O filtro HP (Hodrick-Prescott), amplamente aplicado para o produto, define o ciclo econômico simplesmente removendo a tendência da série, num procedimento empiricista. Os filtros de *band-pass*, como os de Baxter-King (BK) e Christiano-Fitzgerald (CF), extraem o ciclo econômico removendo da série o componente de alta frequência do ruído, bem como o de baixa frequência da tendência.

Os filtros HP e de *band-pass* geralmente representam um bom método para a filtragem, dependendo das características das séries, principalmente quando aplicados para o produto de economias desenvolvidas, onde raramente se observam ciclos econômicos do tipo *boom-bust* (alternância entre expansão e recessão), com alta volatilidade do produto, tal como ocorre em mercados emergentes (ver AGUIAR; GOPINATH (2007)). Contudo, diversas críticas são dirigidas aos filtros HP e de *band-pass*, podendo considerar-se como agravante suas aplicações em variáveis macroeconômicas pouco comportadas, como as de mercados emergentes, onde a probabilidade de geração de ciclos espúrios, uma das críticas comuns aos dois filtros, é aumentada. Algumas críticas a respeito do filtro HP podem ser encontradas no clássico de COGLEY; NASON (1995), bem como em MOHR (2006) e outros. Para os *band-pass*, pode-se obter as principais ponderações em BENATI (2001) e MURRAY (2002).

O filtro de Kalman (KF), formulado a partir de um sistema dinâmico na forma de espaço-estado, representa uma outra forma de decomposição do produto. Por ser um algoritmo que utiliza um modelo de componentes não observados, poderia ser inicialmente considerado mais apropriado, apesar de poder carregar a limitação de não superar as dificuldades das séries do produto para os países emergentes. Um dos fatores que contribui para esta limitação é a imposição de parâmetros fixos para os componentes não observados do modelo, que limita também a possibilidade de capturar mudanças estruturais na economia.

Assim, a aplicação do algoritmo de *Filtro de Kalman Estendido* (EKF), que permite a variação no tempo destes parâmetros, deve contribuir para a diminuição destes problemas, gerando uma melhor mensuração do produto potencial e do hiato do produto das economias emergentes. Pois, nesta forma, apreende-se muito mais das suas volatilidades e mudanças estruturais, visto que as variáveis de estado (tendência e ciclo) e os parâmetros variantes no tempo são estimados simultaneamente. Alguns poucos estudos utilizaram este método, tal como, entre os mais recentes, OZBEK; OZLALE (2005) para a Turquia e SINGH; KANAKARAJ; SRIDEVI (2011) para a Índia, onde ambos verificam a relação do novo ciclo via EKF com a inflação, encontrando evidências empíricas que sustentam a superioridade do método.

A intenção do presente estudo é aplicar este poderoso algoritmo para o produto brasileiro a fim de identificar seus ciclos econômicos e relacioná-los com algumas variáveis macroeconômicas, testando o ajustamento deste ciclo através da eficiência preditiva em modelos de Vetores Auto-Regressivos (VAR) e em um modelo de Curva de Phillips com *threshold*. Justificamos o seu uso devido à volatilidade presente na economia brasileira e as mudanças estruturais verificadas no período estudado (1991 a 2012).

## 2. METODOLOGIA

Inicialmente, de forma usual, decompomos o produto em dois elementos, o de tendência e o de ciclo:  $Y_t = T_t + C_t$ ; onde  $T_t$  é o componente de tendência estocástica e  $C_t$  é o componente cíclico do produto. E, conforme DENIS et al. (2002) e tal como OZBEK; OZLALE (2004), assumimos que o comportamento da série temporal do componente cíclico do produto pode ser representado por um processo auto-regressivo de segunda ordem (AR(2)) e que o componente de tendência comporta-se como um passeio aleatório com *drift*:  $C_t = \phi_1 C_{t-1} + \phi_2 C_{t-2} + w_t$  e  $T_t = d + T_{t-1} + v_t$ ; onde,  $v_t$  e  $w_t$  são distúrbios i.i.d. com média zero e variância constante. E, permitindo que o parâmetro  $d$  varie no tempo, assumimos que este segue um passeio aleatório:  $d_t = d_{t-1} + z_{1,t}$ ; onde,  $z_{1,t}$  é um distúrbio i.i.d. com média zero e variância constante.

Ressaltamos que nesta estrutura o comportamento do componente de tendência, implica que os efeitos dos choques na tendência do produto não declinam com o tempo, de forma que a persistência da trajetória nesta série é mais significativa. Esta pressuposição está de acordo com a identificação de que nos mercados emergentes há ciclos longos e alta volatilidade. Conforme o estudo de AGUIAR; GOPINATH (2007) evidencia, os ciclos econômicos em mercados emergentes são bastante influenciados por choques na tendência do produto, ou seja, no produto potencial, geralmente derivadas das mudanças nas política econômica, frequentes nestes países. E como sabido, tais características se aplicam ao caso brasileiro.

E, conforme a proposta do artigo, permitimos que também os parâmetros  $\phi_i$  variem no tempo, de forma a descartar esta forte restrição às séries para as economias emergentes. Assumimos que estes parâmetros seguem um passeio aleatório:  $\phi_{1,t} = \phi_{1,t-1} + z_{2,t}$  e  $\phi_{2,t} = \phi_{2,t-1} + z_{3,t}$ ; onde  $z_{i,t}$  é um distúrbio i.i.d. com média zero e variância constante.

Este sistema de equações pode ser representado na forma de espaço-estado:  $X_t = A_t X_{t-1} + F_t w_t$  (equação de estado) e  $Y_t = c' X_t + v_t$  (equação de observação). Para maiores detalhes sobre o algoritmo, ver CHEN (1993).

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Após a aplicação do filtro de Kalman estendido<sup>1</sup> sobre o log do PIB real brasileiro<sup>2</sup>, obtivemos a série do hiato do produto (ciclos econômicos) e a comparamos com a série gerada pelo filtro HP. Os resultados diferem mormente para os períodos de maior inflexão da série observada – basicamente onde houveram mudanças estruturais da economia no país, tal como em 1994 e 2008<sup>3</sup>.

Para identificar a razoabilidade e o ajustamento do ciclo gerado pelo EKF, testamos a eficiência preditiva de modelos VAR, com variáveis macroeconômicas teoricamente relacionadas aos ciclos, e de um modelo de Curva de Phillips ( $CP_{th}$ ) com *threshold* (regressão não-linear)<sup>4</sup>.

Nos modelos VAR, tornamos endógena a variável ciclo e uma das variáveis macroeconômicas (inflação de preços livres; desemprego; taxa de juros). Aplicamos o método para os ciclos gerados pelos filtros HP, KF e EKF. Os resultados dos testes de eficiência na previsão das variáveis macro e na previsão da inflação dos preços livres através da  $CP_{th}$  podem ser visualizados na Tabela 1 (os valores referem-se ao erro absoluto médio (EAM) – quanto menor, maior foi a eficiência na previsão).

Tabela 1: Resultados dos testes de eficiência preditiva

Ciclos via filtro	Variável Macro			$CP_{th}^*$
	IPCA-L	Desemp	Selic	
HP	0,885	0,215	2,689	1,383
KF	0,790	0,203	2,824	1,372
EKF	0,510	0,205	2,284	1,360

\*Variável *threshold* utilizada:  $\Delta\%$  do câmbio, com defasagem de quatro períodos.

Pelos resultados obtidos, pode-se verificar que os ciclos estimados via EKF produzem uma maior eficiência na previsão, quando aplicados os modelos descritos, em comparação aos ciclos estimados via HP (método mais utilizado na estimação de ciclos) e via KF.

### 4. CONCLUSÕES

Neste trabalho, aplicamos o Filtro de Kalman Estendido para a estimação dos ciclos econômicos no Brasil. Pelos resultados obtidos nos testes de eficiência preditiva, identificamos que o EKF é aplicável e ajusta-se à economia brasileira. O

<sup>1</sup> A discussão sobre a estimação, a estabilidade do sistema e o resultado dos parâmetros encontram-se na versão completa do trabalho.

<sup>2</sup> A periodicidade dos dados é trimestral. A descrição completa de todas as variáveis utilizadas neste estudo, bem como sua obtenção e/ou construção, podem ser visualizadas na versão completa do trabalho.

<sup>3</sup> Análises gráficas das séries do hiato do produto, com os filtros HP, BK, KF e EKF, podem ser visualizadas na versão completa do trabalho.

<sup>4</sup> Sobre os modelos VAR, ver HAMILTON (1994). Sobre os modelos com *threshold*, ver ARRUDA; FERREIRA; CASTELAR (2011) (aplicação em uma Curva de Phillips ampliada, tal como usada neste estudo) – para testes de eficiência preditiva, ver, como exemplo, este mesmo artigo. Outrossim, a discussão sobre a execução desses modelos e seus resultados pode ser encontrados na versão completa do trabalho.

menor EAM do EKF nos testes indicou que sua aplicação pode ser mais indicada à estimação dos ciclos no Brasil, quando comparado aos HP e KF.

Destarte, acreditamos que o resultado do presente estudo pode contribuir com o debate acerca da identificação dos ciclos econômicos no Brasil, componente de grande importância para diversos estudos econômicos. Outrossim, introduz esta nova metodologia no contexto brasileiro, fornecendo um modelo econométrico alternativo para a estimação dos ciclos, por meio de componentes não observados com parâmetros variando no tempo.

## 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGUIAR, M.; GOPINATH, G. Emerging Market Business Cycles: The Cycle Is the Trend. **Journal of Political Economy**, v. 115, p. 69-102, 2007.

ARRUDA, E. F.; FERREIRA, R. T.; CASTELAR, I. Modelos lineares e não lineares da curva de Phillips para previsão da taxa de inflação no Brasil. **Revista Brasileira de Economia**, v. 65, n. 3, p. 237-252, 2011.

BENATI, L. Band-pass filtering, cointegration, and business cycle analysis, Working Paper, Bank of England, 2001.

CHEN, G. **Approximate Kalman Filtering**. World Scientific, Singapore, 1993.

COGLEY, T.; NASON, J. (1995). Effects of the Hodrick-Prescott filter on trend and difference stationary time series – implications for business cycle research. **Journal of Economic Dynamics and Control**, v. 19, p. 253-278., 1995.

GREWAL, M. S.; ANDREWS, A. P. **Kalman Filter: Theory and Practice**. Wiley-Interscience, New York, 2001.

HAMILTON, J. D. **Time series analysis**. Princeton University Press, Princeton, 1994

MOHR, M. F. (2006). The Missing Cycle in the HP Filter and the Measurement of Cyclically-Adjusted Budget Balances. **Social Science Research Network**. Disponível em SSRN: <http://ssrn.com/abstract=200502>.

MORENO, V. M.; PIGAZO, A. **Kalman Filter: Recent Advances and Applications**. In-Teh, Croatia, 2009.

MURRAY, C. Cyclical properties of Baxter-King filtered time series. **Review of Economics and Statistics**, v. 85, n. 2, p. 472-476, 2002.

OZBEK, L.; OZLALE, U. Employing the extended Kalman filter in measuring the output gap. **Journal of Economic Dynamics & Control**, v. 29, p. 1611-1622, 2005.

SINGH, B. K.; KANAKARAJ, A.; SRIDEVI, T. O. Revisiting the empirical existence of the Phillips curve for India. **Journal of Asian Economics**, v. 22, n. 3, p. 247-258, 2011.