ANÁLISE DA ROBUSTEZ NA CLASSE f-XOR DE CONECTIVOS FUZZY: IMPLICAÇÕES E BI-IMPLICAÇÕES

ROSANA ZANOTELLI[1]; RENATA REISER[1]; SIMONE CAVALHEIRO[1]; LUCIANA FOSS[1]

[1] *Universidade Federal de Pelotas (PPGC-UFPel)*
{rzanotelli, reiser, simone.costa, lfoss }@inf.ufpel.edu.br

1. INTRODUÇÃO

A LF é intensamente usada para modelagem de sistemas inteligentes, sistemas de controle e tomada de decisão, sistemas especialistas e de classificação. Neste sentido, o raciocínio baseado em LF tem sido estudo com respeito à propriedade de robustez associada aos operadores fuzzy, provendo maior compreensão do comportamento e confiabilidade destes sistemas.

Este trabalho considera o estudo da robustez de sistemas baseados na lógica fuzzy (LF), com principal objetivo na análise de conectivos fuzzy Xor (e**X**clusive **or**). Em particular, focamos no operador f-Xor E_{T_P,S_P,N_S}, obtido pela composição da t-norma produto T_P, t-conorma soma determinística S_P e negação padrão N_S. Nesta análise, discutimos também construção N_S-dual determinada pelo operador f-XNor D_{S_P,T_P,N_S} e a correspondente implicação e bi-implicação.

A robustez pode ser concebida como uma propriedade fundamental dos sistemas baseados em LF, analisando que a propagação de pequenas alterações (indicadas pelo parâmetro de perturbação δ) nos dados de entrada referentes a um operador fuzzy *n*-ário f: $U^n \to U$, sendo U=[0,1], não acarretam significativas alterações nos dados de saída em uma computação. Esta análise, caracterizada como δ-sensibilidade associada aos conectivos fuzzy, está focada nos pontos extremos de U, condicionada pela antitonicidade dos conectivos Xor.

Este estudo teórico agrega a abordagem fuzzy, capaz de modelar a incerteza referente às variáveis linguísticas em sistemas especialistas com a robustez caracterizada pela análise de sensibilidade de conectivos fuzzy, os quais definem composição das regras de inferência nestes sistemas.

Assim, com base nos resultados em LI et al. (2005) quanto a **δ-sensibilidade ou sensibilidade ponto a ponto**, considera-se o supremo de conjuntos fuzzy no reticulado $(U,\leq)$, com a ordem usual $\leq$ dos reais no intervalo U:

Definição1 (δ-sensibilidade): Sejam f: $U^2 \to U$, $\delta \in U$ e $\mathbf{x}=(x_1, x_2)$,$\mathbf{y}=(y_1, y_2)\in U^2$. A δ-sensibilidade de f no ponto **x** é definida pela expressão:

$$\Delta_f(\mathbf{x}, \delta) = \sup \{|f(\mathbf{x})-f(\mathbf{y})| : |xi - yi| \leq \delta , i\in(1,2,...,n) \}.$$

2. METODOLOGIA

Os procedimentos metodológicos se referem ao estudo da extensão fuzzy dos conectivos X(N)or incluindo as correspondentes (co)implicações fuzzy, os quais são definidos a partir de propriedades algébricas brevemente descritas a seguir.

Uma função $N: U \to U$ é uma **negação fuzzy** (NF) se:

N1: N(0) = 1 e N(1) = 0 (condições de contorno);

N2: Se $x \geq y$ então $N(x) \leq N(y)$, $\forall$ $x,y \in U$ (antitonicidade).

N é uma negação fuzzy forte se também verifica a propriedade involutiva:

N3: $N(N(x)) = x$, $\forall x,y \in U$.

A negação fuzzy forte de Zadeh é dada por NS(x) = 1 - x , para todo $x \in$U.

Estendendo a conjunção (disjunção) clássica, uma t-**(co)norma triangular** T(S):U→U, para todo $x,y,z \in U$, verifica as seguintes propriedades:

T1: $T(1,x) = x$;
T2: $T(x; y) = T(y; x)$;
T3: Se $x \leq z$ então $T(x,y) \leq T(x,z)$;
T4: $T(x,T(y,z)) = T(T(x,y),z)$.

S1: $S(0,x) = x$;
S2: $S(x; y) = S(y; x)$;
S3: Se $x \leq z$ então $S(x,y) \leq S(x,z)$;
S4: $S(x,S(y,z)) = S(S(x,y),z)$.

Consideram-se a t-conorma soma probabilística e t-norma produto, cujas expressões algébricas são $T_P(x,y)=xy$ e $S_P(x,y)=x+y-xy$, respectivamente.

A função E(D): $U^2 \rightarrow U$ é u conectivo **X(N)or fuzzy** se, para $x,y \in U$, tem-se:

E0: $E(1,1)=E(0,0)=0$ e $E(1,0)=1$;
E1: $E(x,y)=E(y,x)$;
E2: Se $y_1 \leq y_2$ então $E(0, y_1) \leq E(0, y_2)$;
Se $y_1 \leq y_2$ então $E(1, y_1) \geq E(1, y_2)$.

D0: $D(1,1)=D(0,0)=1$ e $D(0,1)=0$;
D1: $D(x,y)=D(y,x)$;
D2: Se $y_1 \leq y_2$ então $D(0, y_1) \geq D(0, y_2)$;
Se $y_1 \leq y_2$ então $D(1, y_1) \leq D(1, y_2)$.

Proposição 1 (BEDREGAL et al. (2013)) Sejam T, S e N uma t-norma, uma t-conorma e uma negação fuzzy, respectivamente. Um **conectivo fuzzy *f-X(N)or***, indicado por $E_{T,S,N}(D_{S,T,N})$:$U^2 \rightarrow U$, para todo $x,y \in U$, é definido pela expressão:

$$E_{T,S,N}(x, y) = T(S(x, y),N(T(x, y))); \qquad D_{S,T,N}(x, y)=S(T(x, y),N(S(x, y))).$$

Segue a instância da classe de conectivos f-X(N)or obtida a partir das expressões da t-conorma soma probabilística, t-norma produto e negação de Zadeh:

$$E_{T_P,S_P,N_S}(x, y) = x+y-xy-x^2y-xy^2+x^2y^2; \qquad D_{S_P,T_P,N_S}(x, y) = 1-x-y+xy+x^2y+xy^2-x^2y^2. \quad (1)$$

Um operador de **(co)implicação fuzzy** (J)I:U2→U satisfaz as propriedades:

I1.$I(0,0)= I(0,1)=I(1,1)=1$ e $I(1,0)=0$
J1.$J(0,0)=J(1,0)=J(1,1)=0$ e $J(0,1)=1$.

Uma implicação f-Xor estende a equivalência clássica: $\alpha \rightarrow \beta \equiv \alpha \oplus \neg(\alpha \wedge \beta)$. A seguir, reporta-se a classe de (co)implicações obtidas a partir do conectivo f-X(N)or.

Proposição 2 (BEDREGAL et al. (2013)) Sejam T(S), N e E(D) uma t-(co)norma, uma NF e um conectivo Xor(XNor), respectivamente. Uma **f-X(N)or (co)implicação fuzzy** $I_{E,T,N}(J_{D,S,N})$:$U^2 \rightarrow U$, é dada, para todo $x,y \in U$, pela expressão:

$$I_{E,T,N}(x,y) =E(x,N(T(x,y))); \qquad J_{D,S,N}(x,y)=D(x,N(S(x,y))).$$

Proposição 3 (BEDREGAL et al. (2013)) Sejam N uma NF forte, $(S_N)T_N$ e $(D_N)E_N$ a N-dual de uma t-(co)norma T(S) e um conectivo fuzzy X(N)or E(D). A função $(J_{D,S,N})_N$ $(I_{E,T,N})_N$: $U^2 \rightarrow U$ *é uma f-X(N)or (co)implicação*, se para todo $x,y \in U$:

$$(J_{D,S,N})_N (x,y) = I_{D_N,S_N,N} (x,y) \qquad (I_{E,T,N})_N (x,y) = J_{E_N,T_N,N} (x,y)$$

Segue a subclasse de (co)implicações f-X(N)or considerada na avaliação da robustez, obtida para todo $x,y \in U$, por um conectivo f-X(N)or E_{T_P,S_P,N_S} (D_{S_P,T_P,N_S}) :

$$I_{f\text{-}Xor}(x,y)=E_{T_P,S_P,N_S}(x, N_S(T_P(x,y))); \qquad J_{f\text{-}XNor}(x,y)=D_{S_P,T_P,N_S}(x, N_S(S_P(x,y))); \quad (2)$$

As correspondentes expressões algébricas destas equações acima são:

$$I_{f\text{-}Xor}(x,y)=(1-xy+x^2y)(1-x+x^2y); \qquad J_{f\text{-}XNo}(x,y)=(x-(x-1)^2)(y-1)(x-1)(y-1)+(x-1)^2(y-1)-1)+1.$$

A negação de um conectivo X(N)or resulta em uma bi-(co)implicação ou (co)equivalência clássica. Em BEDREGAL et al. (2013), sejam um X(N)or E(D):$U^2 \rightarrow U$ e uma negação $N:U \rightarrow U$. Para todo $x,y \in U$, a função $B_{E,N}(D_{E,N})$:$U^2 \rightarrow U$ *é uma **bi-(co)implicação fuzzy**, dada por:*

$$B_{E,N}(x,y)=N(E(x,y)); \qquad C_{D,N}(x,y)=N(D(x,y)).$$

Tais conectivos satisfazem as seguintes propriedades, para todo $x, y \in U$:

B0: $B(1,1) = B(0,0)=1$ e $B(1,0)=0$;
B1: $B(x,y) = B(y,x)$;

C0: $C(1,1) = C(0,0)=0$ e $C(0,1)=1$;
C1: $C(x,y) = C(y,x)$;

B2:Se $y_1 \leq y_2$ então $B(0, y_1) \geq B(0, y_2)$;
Se $y_1 \leq y_2$ então $B(1, y_1) \leq B(1, y_2)$.

C2: Se $y_1 \leq y_2$ então $C(0, y_1) \leq C(0, y_2)$;
Se $y_1 \leq y_2$ então $C(1, y_1) \geq C(1, y_2)$.

Para análise da robustez, consideram-se os conectivos f-X(N)or em (1) e (2):

$E_{T_P,S_P,N_S}(x,y) = 1-x-y+xy+x^2y+xy^2-x^2y^2$; $\quad D_{S_P,T_P,N_S}(x,y) = x+y-xy-x^2y-xy^2+x^2y^2$.

3. RESULTADOS: ANÁLIDE DA SENSIBILIDADE DOS CONECTIVOS f-XOR

A análise da δ-sensibilidade de um conectivo f-Xor deste trablho estendo os resultados resultados apresentados em LI et al. (2005), REISER;BEDREGAL (2012).

Sejam f: $U^2 \rightarrow U$ e $\mathbf{x}=(x,y) \in U^2$. As seguintes notações devem ser consideradas:

$f\lfloor \mathbf{x} \rfloor \equiv f((x-\delta) \vee 0, (y-\delta) \vee 0)$; $\quad f\lceil \mathbf{x} \rfloor \equiv f((x+\delta) \wedge 1, (y-\delta) \vee 0)$;

$f\lfloor \mathbf{x} \rceil \equiv f((x-\delta) \vee 0, (y+\delta) \wedge 1)$; $\quad f\lceil \mathbf{x} \rceil \equiv f((x+\delta) \wedge 1, (y+\delta) \wedge 1)$.

Proposição 4 Considere f: $U^2 \rightarrow U$, $\mathbf{x}=(x,y) \in U$ e $\delta \in U$.

(i) (LI et al.(2005)) Se f é uma função monotônica ($x \leq x', y \leq y' \Rightarrow f(x,y) \leq f(x',y')$, $\forall x,y \in U^2$, então a δ-sensibilidade de f no ponto $\mathbf{x}$ é dada por:

$$\Delta_f(x; \delta) = (f(x) - f\lfloor x \rfloor) \vee (f\lceil x \rceil - f(x))$$

(ii) (LI et al. (2005)) Se f é uma função ordem-reversa ($x \leq y \Rightarrow f(x) \geq f(y)$) então a δ-sensibilidade de f no ponto $\mathbf{x}$ é dada por:

$$\Delta_f(\mathbf{x};\delta) = [f(x) - f(x+\delta) \wedge 1)] \vee [f((x-\delta) \vee 0) - f(x)]$$

(iii) (REISER;BEDREGAL(2012)) Se $N=N_S$ e f_N a função N-dual de f então a δ-sensibilidade de f no ponto $\mathbf{x}$ é dada por:

$$\Delta_{f_N}(\mathbf{x}; \delta) = \Delta_f((N(\mathbf{x})), \delta)$$

Proposição 5 (ZANOTELLI et al.(2013)) Sejam $S_P,T_P:U^2 \rightarrow U$, $\delta \in U$ e $\mathbf{x}=(x,y) \in U^2$. Então, tem-se que:

$\Delta_{S_P}((0,0),\delta) = \delta(2-\delta) = \Delta_{T_P}((1,1),\delta)$; $\quad \Delta_{S_P}((0,1),\delta) = \delta = \Delta_{T_P}((1,0),\delta)$;

$\Delta_{S_P}((1,1),\delta) = \delta^2 = \Delta_{T_P}((0,0),\delta)$; $\quad \Delta_{S_P}((1,0),\delta) = \delta = \Delta_{T_P}((0,1),\delta)$.

Proposição 6 Sejam $S_P,T_P:U^2 \rightarrow U$, $f:U^2 \rightarrow U$ e $\delta \in U$. A δ-sensibilidade de E_{S_P,T_P,N_S} é expressa em função δ-sensibilidade S_P e T_P:

(i) $\Delta_{E_{S_P,T_P,N_S}}(\mathbf{x},\delta) = \Delta_{S_P}(\mathbf{x},\delta) - \Delta_{T_P}(\mathbf{x},\delta)$ sempre que $\mathbf{x}=(0,0)$;

(ii) $\Delta_{E_{S_P,T_P,N_S}}(\mathbf{x},\delta) = \Delta_{S_P}(\mathbf{x},\delta) + \Delta_{T_P}(\mathbf{x},\delta)$ sempre que $\mathbf{x}=(1,1)$.

Na seqüência, estendem-se os resultados que preservam a dualidade quanto à análise da δ-sensibilidade de conectivos f-Xor. Para reduzir notação, consideram-se:

$E=E_{T_P,S_P,N_S}$ $\quad C=C_{D_{S_P,T_P,N_S},N_S}$ $\quad I=I_{E_{T_P,S_P,N_S},T_P,N_S}$

$D=D_{S_P,T_P,N_S}$ $\quad B=B_{E_{T_P,S_P,N_S},N_S}$ $\quad J=J_{D_{S_P,T_P,N_S},S_P,N_S}$

Teorema 1. Se N é uma negação fuzzy padrão, então o seguinte é verificado:

$\Delta_{E_N}(\mathbf{x},\delta) = \Delta_D((N(\mathbf{x})),\delta)$; $\quad \Delta_E((N(\mathbf{x})),\delta) = \Delta_{D_N}((\mathbf{x},\delta),\delta)$;

$\Delta_{I_N}(\mathbf{x},\delta) = \Delta_J((N(\mathbf{x})),\delta)$; $\quad \Delta_I((N(\mathbf{x})),\delta) = \Delta_{J_N}(\mathbf{x},\delta)$;

$\Delta_{B_N}(\mathbf{x},\delta) = \Delta_C((N(\mathbf{x})),\delta)$ $\quad \Delta_B((N(\mathbf{x})),\delta) = \Delta_{C_N}(\mathbf{x},\delta)$.

A TABELA 1 resume as avaliações dos conectivos f-Xor, incluindo resultados já destacados nas proposições anteriores. As colunas indicam a perturbação no ponto $\mathbf{x}=(x,y) \in U^2$ e as linhas identificam o conectivo f-X(N)or estudado. Exemplificando, nos agrupamentos da linha 4 e coluna 1 e da linha 3 e coluna 4, foram considerados os resultados formalizados no Teorema 1:

$J\lfloor(0,0)\rfloor = 0 = 1-1 = 1- I\lceil(1,1)\rceil$; $\quad J\lfloor(0,1)\rfloor = 1-\delta = 1- I\lceil(0,1)\rceil$;

$J\lfloor(1,0)\rfloor = 1-(1-\delta+\delta^2)^2 = 1- I\lceil(0,1)\rceil$; $\quad J\lfloor(1,1)\rfloor = 1-(1-\delta^2+\delta^3)(1-\delta+\delta^3) = 1- I\lceil(1,1)\rceil$.

Um procedimento análogo foi aplicado para a construção da tabela, considerando os demais conectivos f-Xor. A construção da bi-(co)implicação B(C) como a negação do X(Nor) é preservada na análise da δ-sensibilidade, ou seja, nos extremos de U, tem-se que $\Delta E_{S_P,T_P,N_S}(\mathbf{x},\delta)= 1- \Delta B_{E_{T_P,S_P,N_S},N_S}(\mathbf{x},\delta)$.

Outras discussões podem ser fundamentadas por novas proposições, que completam esta análise da δ-sensibilidade de conectivos f-Xor nas extremidades U.

TABELA 1 δ-sensibilidade de conectivos f-Xor nos extremidades U.

$\lfloor \mathbf{x} \rfloor$	$\lfloor \mathbf{x} \rceil$	$\lceil \mathbf{x} \rfloor$	$\lceil \mathbf{x} \rceil$
$E\lfloor 0,0\rfloor=0$ $E\lfloor 0,1\rfloor=1-\delta$ $E\lfloor 1,0\rfloor=1-\delta$ $E\lfloor 1,1\rfloor=(2-\delta)(\delta-\delta^3)$	$E\lfloor 0,0\rceil=\delta$ $E\lfloor 0,1\rceil=1$ $E\lfloor 1,0\rceil=1-(\delta-\delta^2)(2-\delta+\delta^2)$ $E\lfloor 1,1\rceil=\delta$	$E\lceil 0,0\rfloor=\delta$ $E\lceil 0,1\rfloor=1-(\delta-\delta^2)(2-\delta+\delta^2)$ $E\lceil 1,0\rfloor=1$ $E\lceil 1,1\rfloor=\delta$	$E\lceil 0,0\rceil=(2-\delta)(\delta-\delta^3)$ $E\lceil 0,1\rceil=1-\delta$ $E\lceil 1,0\rceil=1-\delta$ $E\lceil 1,1\rceil=0$
$D\lfloor 0,0\rfloor=1$ $D\lfloor 0,1\rfloor=\delta$ $D\lfloor 1,0\rfloor=\delta$ $D\lfloor 1,1\rfloor=1-(2-\delta)(\delta-\delta^3)$	$D\lfloor 0,0\rceil=1-\delta$ $D\lfloor 0,1\rceil=0$ $D\lfloor 1,0\rceil=(\delta-\delta^2)(2-\delta+\delta^2)$ $D\lfloor 1,1\rceil=1-\delta$	$D\lceil 0,0\rfloor=1-\delta$ $D\lceil 0,1\rfloor=(\delta-\delta^2)(2-\delta+\delta^2)$ $D\lceil 1,0\rfloor=0$ $D\lceil 1,1\rfloor=1-\delta$	$D\lceil 0,0\rceil=1-(2-\delta)(\delta-\delta^3)$ $D\lceil 0,1\rceil=\delta$ $D\lceil 1,0\rceil=\delta$ $D\lceil 1,1\rceil = 1$
$I\lfloor 0,0\rfloor=1$ $I\lfloor 0,1\rfloor=1$ $I\lfloor 1,0\rfloor=\delta$ $I\lfloor 1,1\rfloor=(1-\delta+4\delta^2-\delta^3)(1-2\delta+3\delta^2-\delta^3)$	$I\lfloor 0,0\rceil=1$ $I\lfloor 0,1\rceil=1$ $I\lfloor 1,0\rceil=(1-\delta^2+\delta^3)(2\delta-2\delta^2+\delta^3)$ $I\lfloor 1,1\rceil=(1-\delta+\delta^2)^2$	$I\lceil 0,0\rfloor = 1-\delta$ $I\lceil 0,1\rfloor=(1-\delta+2\delta^2-\delta^3)(1-\delta+\delta^2-\delta^3)$ $I\lceil 1,0\rfloor=0$ $I\lceil 1,1\rfloor = 1-\delta$	$I\lceil 0,0\rceil=(1-\delta^2+\delta^3)(1-\delta+\delta^3)$ $I\lceil 0,1\rceil=(1-\delta+\delta^2)^2$ $I\lceil 1,0\rceil=\delta$ $I\lceil 1,1\rceil=1$
$J\lfloor 0,0\rfloor=0$ $J\lfloor 0,1\rfloor=1-\delta$ $J\lfloor 1,0\rfloor=1-(1-\delta+\delta^2)^2$ $J\lfloor 1,1\rfloor=1-(1-\delta^2+\delta^3)(1-\delta+\delta^3)$	$J\lfloor 0,0\rceil=\delta$ $J\lfloor 0,1\rceil=1$ $J\lfloor 1,0\rceil=1-(1-\delta+2\delta^2-\delta^3)(1-\delta+\delta^2-\delta^3)$ $J\lfloor 1,1\rceil=\delta$	$J\lceil 0,0\rfloor = 1-(1-\delta+\delta^2)^2$ $J\lceil 0,1\rfloor=1-(1-\delta^2+\delta^3)(2\delta-2\delta^2+\delta^3)$ $J\lceil 1,0\rfloor=0$ $J\lceil 1,1\rfloor=0$	$J\lceil 0,0\rceil=1-(1-\delta+4\delta^2-\delta^3)(1-2\delta+3\delta^2-\delta^3)$ $J\lceil 0,1\rceil=1-\delta$ $J\lceil 1,0\rceil=0$ $J\lceil 1,1\rceil=0$
$B\lfloor 0,0\rfloor=1$ $B\lfloor 0,1\rfloor=\delta$ $B\lfloor 1,0\rfloor=\delta$ $B\lfloor 1,1\rfloor=1-(2-\delta)(\delta-\delta^3)$	$B\lfloor 0,0\rceil=1-\delta$ $B\lfloor 0,1\rceil=0$ $B\lfloor 1,0\rceil=(\delta-\delta^2)(2-\delta+\delta^2)$ $B\lfloor 1,1\rceil=1-\delta$	$B\lceil 0,0\rfloor=1-\delta$ $B\lceil 0,1\rfloor=(\delta-\delta^2)(2-\delta+\delta^2)$ $B\lceil 1,0\rfloor=0$ $B\lceil 1,1\rfloor=1-\delta$	$B\lceil 0,0\rceil=1-(2-\delta)(\delta-\delta^3)$ $B\lceil 0,1\rceil=\delta$ $B\lceil 1,0\rceil=\delta$ $B\lceil 1,1\rceil=1$
$C\lfloor 0,0\rfloor=0$ $C\lfloor 0,1\rfloor=1-\delta$ $C\lfloor 1,0\rfloor=1-\delta$ $C\lfloor 1,1\rfloor=(2-\delta)(\delta-\delta^3)$	$C\lfloor 0,0\rceil=\delta$ $C\lfloor 0,1\rceil=1$ $C\lfloor 1,0\rceil=1-(\delta-\delta^2)(2-\delta+\delta^2)$ $C\lfloor 1,1\rceil=\delta$	$C\lceil 0,0\rfloor=\delta$ $C\lceil 0,1\rfloor=1-(\delta-\delta^2)(2-\delta+\delta^2)$ $C\lceil 1,0\rfloor=1$ $C\lceil 1,1\rfloor=\delta$	$C\lceil 0,0\rceil=(2-\delta)(\delta-\delta^3)$ $C\lceil 0,1\rceil=1-\delta$ $C\lceil 1,0\rceil=1-\delta$ $C\lceil 1,1\rceil=0$

4. CONCLUSÃO

A principal contribuição deste trabalho foi estender a análise da δ-sensibilidade introduzida em (LI et al., 2005) para a classe dos conectivos f-Xor, estabelecendo que a robustez destes operadores fuzzy é preservada pela construção N_S-dual. Os trabalhos futuros estão concentrados na robustez dos conectivos da Lógica Fuzzy Intuicionista, de acordo com os resultados já introduzidos em (REISER;BEDREGAL (2014)), incluindo as construções conjugadas obtidas pela ação de automorfismos.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

LI, Y.; LI, D.; PEDRYCZ, W.; WU, J. An approach to measure the robustness of fuzzy reasoning, **Intl. Journal of Intelligent Systems**, v.20(4), p. 393-413, 2005.

BEDREGAL, B.; REISER, R.; DIMURO, G. Revising XOR-implications: Classes of Fuzzy (Co)implications based on Fuzzy XOR (XNOR) connectives. **Intl. Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowlegde-Based Systems,** v.14(6), p. 1-29, 2013.

REISER, R.; BEDREGAL, B. Robustness of N-dual fuzzy connectives, In: **Advances in Intelligent and Soft Computing**, **EUROFUSE 2011**, (P. Melo-Pinto, P. Couto, C. Serôdio, J. Fodor and B. Baets, eds.) p. 79-90, Springer, Heidelberg, 2012.

REISER, R.; BEDREGAL, B. Robustness on Intuitionistic Fuzzy Connective, **Trends and Computational and Applied Mathematics**, 2014 (a ser publicada).

ZANOTELLI, R. M., REISER, R. H. S., CAVALHEIRO, S. C., FOSS, L. Sensitivity and dual constructions on the fuzzy f-xor class, **in 2014 Worshop-School on Theoretical Computer Science (WEIT 2014)** – IEEE Conf. Publications, 2013, pp. 105–110, DOI: 10.1109/WEIT.2013.