SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DE CINÉTICA PONTUAL DE NÊUTRONS VIA APROXIMAÇÃO POLINOMIAL COM O USO DA CONTINUAÇÃO ANALÍTICA

JONATAS VOESE[1]; FERNANDA TUMELERO[2]; CLAUDIO PETERSEN[3]

[1] Universidade Federal de Pelotas – jonatasindigo@hotmail.com
[2]Universidade Federal de Pelotas – fernanda.tumelero@yahoo.com.br
[3]Universidade Federal de Pelotas – claudiopetersen@yahoo.com.br

1. INTRODUÇÃO

A preocupação com o aquecimento global e a crescente demanda por recursos energéticos, têm feito com que se busquem formas alternativas de produção e geração de energia. Nesta busca por fontes mais produtivas e que supram as carências vigentes destaca-se a energia nuclear, que trás soluções satisfatórias aos problemas apontados, visto que o processo de produção de energia nuclear não libera gás carbônico na atmosfera e é uma área na qual as pesquisas vêm fazendo significativos avanços em relação à produção de energia.

Estas pesquisas enfocam principalmente a análise da evolução da população de nêutrons em sistemas nucleares, buscando desenvolver métodos analíticos para a resolução das equações em física de reatores, que proporcionem resultados precisos e confiáveis, tornando possível prever e avaliar a segurança dos reatores. Como exemplo de soluções analíticas, pode-se citar os trabalhos de CEOLIN (2010) e PETERSEN (2011).

As equações de cinética pontual de nêutrons na dinâmica de um reator nuclear consistem em um sistema acoplado de equações diferenciais ordinárias. Essas equações envolvem exclusivamente a variação da amplitude do fluxo com o tempo, ou seja, assumem total separabilidade no tempo e no espaço, na qual a forma espacial do fluxo é conhecida o que torna essas equações exclusivamente dependentes do tempo. O modelo de cinética pontual ainda tem um papel relevante em física de reatores na medida em que pode ser utilizado, quando devidamente resolvido, para uma previsão de tempo quase real da potência do reator, o que permite um controle em tempo útil e de intervenção na planta, a fim de evitar a ocorrência de acidentes graves. Uma importante característica das equações de cinética é ser um sistema do tipo rígido. O objetivo deste trabalho consiste na solução das equações de cinética pontual de nêutrons considerando o modelo com 6 grupos de precursores de nêutrons atrasados para reatividades do tipo: rampa e senoidal. Resolve-se este problema fazendo uma aproximação polinomial local, na qual denominamos como Método da Aproximação Polinomial (MAP) via série de potências em conjunto com a continuação analítica. Os resultados obtidos são comparados com aqueles encontrados na literatura.

2. METODOLOGIA

Segundo DUDERSTADT; HAMILTON (1976) e LEWIS (2008) as equações de cinética pontual de nêutrons são dadas por:

$$\begin{aligned} \frac{dn(t)}{dt} &= \frac{\rho(t)-\beta}{\Lambda} n(t) + \sum_i \lambda_i c_i(t) \\ \frac{dc_i(t)}{dt} &= \frac{\beta_i}{\Lambda} n(t) - \lambda_i c_i(t) \end{aligned} \qquad (1)$$

onde i =1,2,...,M (com M sendo o nº de precursores). Com as seguintes condições iniciais:

$$n(0) = 1$$
$$C_i(0) = \frac{\beta_i}{\lambda_i \Lambda}, \quad i = 1, 2, \ldots 6 \tag{2}$$

onde n(t) é a densidade de nêutrons, $\rho(t)$ é a reatividade, β é a fração total de nêutrons atrasados, Λ é o tempo médio de geração de nêutrons, λ_i é a constante de decaimento no grupo i de precursores, β_i é a fração de nêutrons atrasados no grupo i de precursores e $C_i(t)$ é a concentração de nêutrons atrasados no grupo i de precursores.

A ideia é encontrar uma solução para o sistema (1) em forma de séries de potências em torno de um ponto ordinário t_0, procurando uma solução da forma:

$$n(t) = a_0 + a_1(t - t_0) + \ldots + a_n(t - t_0)^n = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (t - t_0)^n$$
$$C_i(t) = b_{i,0} + b_{i,1}(t - t_0) + \ldots + b_{i,n}(t - t_0)^n = \sum_{n=0}^{\infty} b_{i,n}(t - t_0)^n \tag{3}$$

Substituindo (3) e sua derivada em (1) chega-se na relação de recorrência, que na forma explícita é expressa por:

$$a_{n+1} = \frac{\frac{\rho(t) - \beta}{\Lambda} a_n + \lambda b_{i,n}}{(n+1)}; \qquad b_{i,n+1} = \frac{\frac{\beta}{\Lambda} a_n - \lambda b_{i,n}}{(n+1)} \tag{4}$$

Através das condições iniciais pode-se determinar a_0 e b_0 iniciando a geração dos a_n e b_n. Primeiramente procuram-se soluções em séries em torno de um ponto t_0 num intervalo $I_0 = [0, 2\Delta t]$, onde $\Delta t = t_0$ é o passo de tempo escolhido. Admitindo $\rho(t) = \rho$ e que a densidade de nêutrons e a concentração de precursores são uma aproximação linear local em torno de t_0 para I_0, tem-se que a série (3) torna-se:

$$n(t) \cong a_0 + a_1(t - t_0)$$
$$C_i(t) \cong b_{i,0} + b_{i,1}(t - t_0) \tag{5}$$

Agora, utilizando a mesma ideia para todos os intervalos $I_n = [2n(\Delta t), 2n + 2(\Delta t)]$ para n=0,1,2,..., é possível encontrar a solução para todos os intervalos I_{n+1} em torno de t_0 pertencente a esse intervalo tomando como condição inicial a solução no intervalo anterior I_n em $t = (n+2)\Delta t$ para n=0,1,2..., ou seja, fazendo uso da continuação analítica.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Utilizando o método descrito anteriormente, analisa-se a solução do problema considerando dois casos para a reatividade, a saber, uma aproximação linear $\rho(t) = k\beta t$, cujos resultados estão dispostos na Tabela 1, e uma aproximação senoidal $\rho(t) = k\,\mathrm{sen}(t)$, cujos resultados estão na Tabela 2.

No primeiro caso usa-se os seguintes parâmetros nucleares: $\beta = 0,0064$, $\beta_i = (0,000246,\ 0,001363,\ 0,001203,\ 0,002605,\ 0,000819,\ 0,000167)$, $\lambda_i = (0,0127,\ 0,0317,\ 0,115,\ 0,311,\ 1,40,\ 3,87)$; $\Lambda = 10^{-5}s$ e passo de tempo $\Delta t = 0,001$. Para o segundo caso usa-se: $\beta = 0.0064$; $\beta_i = (0,000214,\ 0,001423,\ 0,001247,\ 0,002568,\ 0,000748,\ 0,000273)$; $\lambda_i = (0.0124;\ 0.0305;\ 0.111;\ 0.301;\ 1.14;\ 3.01)$; $\Lambda = 3\times10^{-5}\mathrm{s}$ segundo e passo de tempo $\Delta t = 0.01$.

Em ambos os casos, os resultados obtidos pelo MAP são comparados com os resultados obtidos pelo Método da Decomposição (DM) descrito em PETERSEN (2011).

Tabela 1: Densidade de Nêutrons para $\rho(t) = 0,25\beta t$.

Tempo (s)	DM	**MAP**
0,25	1,0696	**1,0670**
0,50	1,1568	**1,1574**
0,75	1,2654	**1,2614**
1,0	1,4018	**1,4031**

Tabela 2: Densidade de Nêutrons para $\rho(t) = 0,00073\,\mathrm{sen}(t)$.

Tempo (s)	DM	**MAP**
1	1,1239	**1,1239**
2	1,1688	**1,1689**
3	1,0744	**1,0744**
4	0,9538	**0,9538**
5	0,9073	**0,9073**

Pode-se observar nos resultados obtidos com o método MAP nas tabelas acima, que obteve-se uma boa concordância em praticamente todos os tempos quando comparados com o método DM proposto por PETERSEN (2011).

4. CONCLUSÕES

Neste trabalho apresenta-se uma solução analítica para as equações de cinética pontual com 6 grupos de precursores de nêutrons atrasados, utilizando o método da aproximação polinomial (MAP) via série de potências. A relevância deste trabalho reside no fato de que a solução em séries de potências são facilmente manipuláveis, tanto analítica quanto numericamente, o que torna o método de fácil implementação. Além disso, o método mostra-se eficiente e preciso para resolver as equações de cinética pontual, superando a característica de rigidez do modelo. Assim, a viabilidade da aplicação do método de abordagem polinomial para a solução das equações de cinética pontual reside no fato que resultados satisfatórios foram gerados para prever o comportamento de um reator nuclear. Portanto, este trabalho contribui na elaboração de novas ferramentas matemáticas que possibilitem o controle e a avaliação de segurança nos processos de fissão nuclear.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CEOLIN, C. **Solução Analítica da Equação Cinética de Difusão Multigrupo de Nêutrons em Geometria Cartesiana Unidimensional pela Técnica da Transformada Integral.** 2010. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

DUDERSTADT, J.J.; HAMILTON, L.J. **Nuclear Reactor Analysis.** New York: Wiley, 1976.

LEWIS, E.E. **Fundamentals of Nuclear Reactor Physics.** Burlington: Academic Press, 2008.

PETERSEN, C.Z. **Solução Analítica das Equações da Cinética Pontual e Espacial da Teoria de Difusão de Nêutrons pelas Técnicas da GITT e Decomposição.** 2011. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.